



INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR



INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR

El Instituto Geográfico Militar gestiona, aprueba y controla todas las actividades encaminadas a la elaboración de la cartografía oficial y del archivo de datos geográficos y cartográficos del país, elabora especies valoradas y documentos de seguridad como único organismo autorizado y difunde las ciencias geoespaciales; coadyuvando a la defensa de la soberanía e integridad territorial, seguridad integral, apoyo al desarrollo nacional y contribución a la paz regional y mundial.

CRÉDITOS

Autoridades:

CRNL EMC Hugo Fernando Avilés León - **Director del IGM**
TCRN EM Augusto Marcelo Torres Garzón - **Subdirector del IGM**
TCRN EM Freddy Oswaldo Romero Michilena - **Director Cartográfico**

Autores Marco de Referencia Geodésico Horizontal:

Equipo técnico del Proceso de Geodesia, Control Horizontal, REGME

MSc. Cisneros, David A - Geodesia - IGM

PhD. Nocquet, Jean-Mathieu - IRD, CNRS, GEOAZUR

PhD. Jarrín, Paúl - IRD, CNRS, GEOAZUR

Autores Marco de Referencia Geodésico Vertical:

Ing. Carrión, José L - Geodesia - IGM

Ing. Flores, Fredy C - Geodesia - IGM

Geom. Rodríguez, Freddy G - Geodesia - IGM

Sr. Pozo, Edison M - Geodesia - IGM

Diseño / Diagramación

Ing. Yacche, Luis D.

Marco de Referencia Geodésico SIRGAS Ecuador
Instituto Geográfico Militar Abril 2026 / Reporte 75

Contribuciones:

- Actividades técnicas desarrolladas en el marco del proyecto: **ADOPCIÓN DEL NUEVO MARCO GEODÉSICO DE REFERENCIA PARA EL ECUADOR (SIRGAS-ECUADOR) CUP: 60720000.1364.5809.**

- Adicional se llevaron a cabo, actividades técnicas complementarias.

Impresión:

Dirección de Imprenta de Geoinformación y Seguridad Documentaria.



**“Unidos por la Geografía y el espíritu
para el progreso del Ecuador”**

GEODESIA

INSTITUTO
INSTITUCIONAL

GEOGRÁFICO MILITAR
GEOGRÁFICO MILITAR



CONTROL HORIZONTAL





INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR

Reporte 75

MARCO DE REFERENCIA GEODÉSICO SIRGAS ECUADOR

ANÁLISIS DATOS GNSS, PROCESAMIENTO Y AJUSTE DE COORDENADAS RED ACTIVA REGME Y RED PASIVA RENAGE

ALINEADOS AL ITRF 2020

ÉPOCA DE REFERENCIA 2021.8

CAMPO DE VELOCIDAD ECUADOR VEC_EC 2025

MSc. Cisneros, David A.
Instituto Geográfico Militar
Proceso de Geodesia
david.cisneros@geograficomilitar.gob.ec

PhD. Nocquet, Jean-Mathieu
IRD-CNRS, GEOAZUR, Université Côte d'Azur. Nice - France
nocquet@geoazur.unice.fr

PhD. Jarrín, Paúl
IRD-CNRS, GEOAZUR, Université Côte d'Azur. Nice - France
paul.jarrin@geoazur.unice.fr

Abril 2026



ABRIL 2026



INSTITUTO
GEOGRÁFICO
MILITAR

9

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1. Introducción.....	15
2. Desarrollo.....	17
2.1 Campaña de observación GNSS de la Red Pasiva RENAGE y Red Activa REGME, para la actualización del Marco de Referencia del Ecuador.....	20
2.2 Descripción y tratamiento del set de datos usado en el proyecto.....	23
2.3 Procesamiento y Ajuste de datos GNSS mediante el software científico PYACS y GAMIT GLOBK.....	27
2.4 Evaluación de la calidad de los resultados obtenidos del procesamiento.....	30
2.5 Análisis de la Repetibilidad y Series de Tiempo.....	30
2.5.1 Repetibilidad REGME.....	32
2.5.2 Repetibilidad RENAGE	33
2.5.3 Repetibilidad ALL SITES.....	35
2.6 Obtención de las coordenadas oficiales que materializan el nuevo Marco de Referencia Geocéntrico del Ecuador.....	38
2.6.1 Nivel de acuerdo e incertidumbre de las coordenadas alineadas al marco de referencia global ITRF2014 ITRF2020.....	41
2.7 Estabilidad de las coordenadas oficiales SIRGAS Ecuador, en el transcurso de los últimos 30 años.....	43
2.7.1 Evaluación del ITRF94, época de referencia 1995.4; respecto al ITRF08, época 2012.0.....	43
2.7.2 ITRF94, época de referencia 1995.4; respecto al ITRF14/ITRF20, época 2021.8.....	45
2.7.3 ITRF08, época de referencia 2016.4; respecto al ITRF14/ITRF2020, época 2021.8.....	47
2.7.4 ITRF 2014, respecto al ITRF 2020, época de referencia 2021.8.....	49
3. Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC, obtenido a través de datos de la Red GNSS Monitoreo Continuo REGME, durante los últimos 5 años (2020–2025).....	50
3.1 Descripción del set de datos usados en el proyecto VEC_EC.....	50
3.2 Estimación de Velocidad de las estaciones REGME, a través de mediciones GPS de los últimos 5 años (2020 – 2025).....	51
3.3 Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC 2025.....	52
3.4 Interpolación de velocidades a partir de 44 estaciones GNSS del IGM Ecuador, REGME continental.....	54
3.5 Procedimiento para transformar coordenadas, utilizando el Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC 2025.....	57
3.5.1 Procedimiento para transformar coordenadas ITRF y época anterior; hacia el ITRF y época vigente.....	57
3.5.2 Procedimiento para transformar coordenadas ITRF y época vigente; hacia el ITRF y época anterior.....	58
3.6 Categorización de la Red Geodésica Nacional.....	58
4. Resultados.....	60
5. Conclusiones.....	61
6. Recomendaciones.....	62
7. Bibliografía	63

ANEXOS

- ANEXO 1: Elenco de Coordenadas estaciones REGME
- ANEXO 2: Ubicación Geográfica REGME – RENAGE
- ANEXO 3: Campo de Velocidades VEC_EC 2025
- ANEXO 4: Mapas VEC_EC 2025
- ANEXO 5: Series de Tiempo estaciones REGME (2007 – 2025)

SIGLAS

- CASA: Central and South America GPS Geodesy
- CORS: Continuously Operating Reference Stations
- DORIS: Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite Earth Orientation Parameters
- EGM: Modelo Global de Gravedad Terrestre
- EOP: Parámetros de Orientación Terrestre
- GNSS: Global Navigation Satellite System
- GPS: Sistema de Posicionamiento Global
- ICRF: International Celestial Reference Frame
- IERS: International Earth Rotation and Reference Systems Service
- IGEPN: Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional
- IGM: Instituto Geográfico Militar Ecuador
- IGS: International GNSS Service
- IRD: Institut de recherche pour le développement
- ITRF: International Terrestrial Reference Frame
- ITRS: International Terrestrial Reference System
- MVEC_EC: Modelo de Velocidad del Ecuador
- PCO: Phase Centre Offset
- PCV: Phase Centre Variations
- REGME: Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador
- RENAGE: Red Nacional GPS del Ecuador
- RENGEO: Red Nacional de Geodesia
- RINEX: Receiver Independent Exchange
- SIRGAS: Sistema de Referencia Geodésico para las Américas
- SLR: Satellite Laser Ranging
- TEQC: Translation, Editing, Quality Check
- VEC_EC: Campo de Velocidad del Ecuador
- VLBI: Very Long Baseline Interferometry
- VMF: Vienna Mapping Function

1.- Introducción

El estudio del planeta Tierra implica la comprensión de su forma y dimensiones, asociado a una constante evolución y transformación en el tiempo. Dentro de este sistema cambiante, surge la necesidad de establecer por convención, marcos de referencia geodésicos que permitan obtener coordenadas oficiales. Sin embargo, la ocurrencia de fenómenos eventuales y procesos físicos desencadenan una serie de procesos que contribuyen con la degradación y/o destrucción de las plataformas de georreferencia mantenidas y densificadas por las agencias e institutos geográficos /cartográficos a nivel mundial. En términos generales, los marcos de referencia geodésicos se establecen mediante la implementación de redes activas y pasivas, sobre cuyas marcas fundamentales se determinan coordenadas estáticas, alineadas al ITRF (International Terrestrial Reference Frame) y considerando una época de referencia fija. No obstante, debido a que la Tierra es un sistema dinámico, cuyos elementos constitutivos presentan desplazamientos y deformaciones en el tiempo, la consistencia de los marcos geodésicos de referencia, se puede mantener y garantizar, únicamente si se considera la evolución temporal de las coordenadas que lo definen.

El presente reporte, muestra el resumen del trabajo realizado por el Instituto Geográfico Militar, para actualizar el Marco de Referencia Geocéntrico del Ecuador posterior al terremoto de magnitud Mw 7.8, ocurrido en Pedernales en 2016. Para garantizar la correcta ejecución de las campañas de campo GNSS a nivel nacional, se llevaron a cabo trabajos previos para evaluar el estado 120 marcas geodésicas, distribuidas en 10 bloques, y que son parte de la Red Nacional GNSS del Ecuador – RENAGE. Cabe mencionar que limitaciones relacionadas con aspectos logísticos y económicos, impidieron que estos trabajos de diagnóstico puedan ser ejecutados sobre los bloques 9 (Amazonía) y 10 (Galápagos). La distribución de los bloques se muestra en la Figura 2.

Posterior a los trabajos de diagnóstico, las campañas de posicionamiento GNSS sobre las marcas geodésicas de la red pasiva RENAGE fueron realizadas a nivel nacional, a partir del 15 de julio al 23 de octubre del año 2021. Paralelamente, se ejecutó la instalación de 3 estaciones nuevas y mantenimiento de las 40 estaciones permanentes que conforman la Red Activa REGME.

Luego de la ejecución de las campañas GNSS (diagnóstico, mantenimiento y posicionamiento), a partir del mes de febrero del año 2022, inició el trabajo técnico - científico con *el apoyo del Institut de Recherche pour le Développement – IRD France, laboratorio GEOAZUR, Université Cote D'Azur*, para ejecutar actividades referentes a la transformación RINEX, análisis, control de calidad de los datos GNSS y finalmente la etapa de procesamiento, análisis de repetibilidad, series temporales y estabilización de la solución final. Mediante la realización de estas actividades, se obtuvo dos sets de coordenadas a nivel milimétrico. Para el primer set, las coordenadas se encuentran alineadas al marco geodésico ITRF2014 y para el segundo al ITRF2020, considerando para los dos casos la época de referencia 2021.8. Este producto, constituye una versión actualizada, precisa y homogénea de las coordenadas (REGME, RENAGE) correspondientes al marco geodésico de referencia para Ecuador, las cuales son entregadas al IGM, para evaluar y contribuir en la toma de decisiones concernientes a la adopción del nuevo Marco de Referencia Nacional SIRGAS – Ecuador.



Resolución Nro. IGM-IGM-2026-0014-R

Quito, D.M., 02 de abril de 2026

INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR
HUGO FERNANDO AVILÉS LEÓN
CRNL. EMC.
DIRECTOR

CONSIDERANDO:

RESUELVE:

Art. 1.- Adoptar el nuevo Marco de Referencia Geodésico, el cual garantiza la consistencia y correcta espacialización de la información geográfica–cartográfica en todo el territorio ecuatoriano y regirá la ejecución, control y fiscalización de los trabajos y proyectos cartográficos desarrollados a nivel nacional tanto por el IGM como por terceros.

El nuevo Marco de Referencia Geodésico Nacional, denominado SIRGAS–ECUADOR, comprende:

- Marco de Referencia Nacional: SIRGAS – ECUADOR
- Marco de Referencia Internacional: ITRF2020 (Nueva realización del ITRF – International Terrestrial Reference Frame)
- Época de referencia: 2021.8 (23 de octubre de 2021)
- Semana GPS: 2180
- DOY 296 (día final de la campaña de campo, último día de la combinación para la solución acumulada).
- Solución de coordenadas: IGM-EC_IRD-FR, Reporte Nro. 75.
- Redes Geodésicas:
 - REGME (Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador, con 43 estaciones), Anexo 1;
 - RENAGE (Red Nacional GPS del Ecuador, con 140 vértices), Anexo 2;
- Campo de Velocidades Geodésicas derivado del análisis de la REGME (2020-2025), Anexo 4, Reporte Nro. 75.

En cuanto al orden de jerarquía de las redes geodésicas que materializan el Marco de Referencia Geodésico Nacional, estas se organizan de la siguiente manera:

a) ORDEN 0: La Red del Servicio GNSS Internacional IGS, materializa el Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS), se considera como la red de "Orden Cero" debido a su jerarquía, precisión y función técnica dentro de la geodesia moderna, puesto que representa el nivel más alto de precisión posible. SIRGAS-CON es la realización y densificación regional del Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) en las Américas. Esto significa que extiende la precisión del marco global de IGS a una escala continental.

b) ORDEN 1: La Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador REGME (Red Activa), es la realización y densificación local del Marco de Referencia Terrestre Internacional, está constituida principalmente por estaciones CORS de operación continua. Es la principal infraestructura geodésica activa, que sustenta la base del marco geodésico nacional. Proporciona la mayor exactitud posible y sirve de apoyo a las redes de órdenes inferiores.

c) ORDEN 2: La Red Nacional GPS del Ecuador RENAGE (Red Pasiva), es una densificación de la red de Orden 1. Sus vértices están materializados por medio de mojones de concreto a nivel nacional y se alinean directamente a la realización de la red activa.

Instituto Geográfico

Dirección: QUITO: Senier

GUAYAQUIL: Av. Guillermo

ESTACIÓN COTOPAXI: Pan

Código postal: 170413 / QUITO-Ecuador. Teléfono: QUITO: 593-2-397500 al 130 / GUAYAQUIL: 593-4-2627351 – 2627352 / COTOPAXI: 593-3-3703271

www.geograficomilitar.gob.ec

* Documento firmado electrónicamente por Quiquix

ECUADOR 

3/7



2.- Desarrollo

El *International Earth Rotation and Reference Systems Service* - IERS (IERS, 2013), creado en 1988, asume la función del establecimiento y mantenimiento de un Marco de Referencia Celeste, el ICRF (*International Celestial Reference Frame*), y un Marco de Referencia Terrestre, el ITRF (*International Terrestrial Reference Frame*). Los Parámetros de Orientación de la Tierra (EOP) conectan estos dos marcos y proporcionan una referencia común para realizar observaciones GNSS. Un marco geodésico de referencia terrestre, es establecido mediante un conjunto de coordenadas de puntos densificados en la superficie de la Tierra, con el objeto de materializar las convenciones y definiciones de un Sistema Geodésico de Referencia Global (*ITRS - International Terrestrial Reference System*).

Las realizaciones del *International Terrestrial Reference Frame* (IGN-LAREG, 2022) se actualizan periódicamente, utilizando las observaciones del GPS como una de las técnicas de la Geodesia Espacial. En los últimos 34 años, desde 1988, se han establecido 11 realizaciones del ITRF, siendo la última el ITRF2020 (basado en las 4 técnicas de geodesia espacial VLBI, SLR, GNSS, DORIS). Todas las realizaciones incluyen posiciones y velocidades, considerando además discontinuidades. Adicionalmente, desde la realización del ITRF2014, se toma en cuenta una evolución paramétrica, de la variación de las coordenadas durante los años después de la ocurrencia de fuertes sismos. Todas las soluciones del ITRF se relacionan mediante parámetros de transformación.

En Ecuador, las primeras actividades de campo relacionadas con el Sistema de Posicionamiento Global GPS, iniciaron con el proyecto CASA - *Central and South America GPS Geodesy* (Kellogg & Dixon, 1990) a partir del año 1990, y las campañas iniciales del Proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur) en el año 1994, hoy conocido como Sistema de Referencia Geodésico para las Américas (SIRGAS, 2021). La primera densificación del ITRS adoptado a nivel nacional es el SIRGAS95 cuya realización: ITRF94, época de referencia 1995.4, estuvo vigente hasta el 15 de abril de 2016.

De acuerdo a (Cisneros & Nocquet, 2019), en términos generales, se estima que el tiempo de vida útil (con coherencia interna de nivel centimétrico), de un Marco Geodésico de Referencia Nacional (estático), es de aproximadamente diez años, siempre y cuando no exista un evento geofísico de gran magnitud que afecte su consistencia de manera prematura.

Conforme lo señalado en el Informe Sísmico Especial No.7-2016, del Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional (IGEPN), el terremoto de Pedernales del 16 de abril de 2016, tuvo una magnitud momento de 7.8 Mw, lo cual concuerda con lo descrito en los trabajos realizados por (Nocquet et al 2017, ye et al 2016, je et al 2017). El sismo afectó la infraestructura geodésica a escala nacional, y provocó una considerable variación de las coordenadas, entre el período pre-sísmico y post-sísmico, con diferencias de hasta ~0.80 m en las estaciones geodésicas cercanas al epicentro. La pérdida de estabilidad también se registró en las coordenadas de estaciones localizadas en provincias lejanas al epicentro como Pichincha, en donde se detectaron variaciones de ~0.020m, y en provincias de la región amazónica con variaciones de ~0.015 m. En términos generales, se observan niveles de deformación de varios centímetros para una región considerable del país (Mothes et al., 2018).

Debido a la magnitud de la variación en las coordenadas a nivel nacional, y con el objeto de recuperar la consistencia en el marco geodésico, se realizó el ajuste post-sismo, para brindar una solución emergente a la comunidad de usuarios. El ajuste fue realizado considerando las estaciones de la Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador -REGME (red activa). El resultado obtenido es un set de coordenadas para 30 estaciones, las cuales fueron determinadas al nivel de precisión de 2 mm en la componente horizontal y 4 mm en la componente vertical. Las características principales de esta realización se resumen en la Tabla 1.

SIRGAS – ECUADOR
ITRF 2008
Época de Referencia: 2016.43
Vigente a nivel oficial a partir del 17 de abril de 2016.

Tabla 1: Definición del Marco de Referencia post-sísmico SIRGAS-Ecuador, 2016

Cabe mencionar que la realización de esta solución de pronta respuesta fue emergente y temporal, con el objetivo disminuir el nivel de deformación y/o pérdida de consistencia del marco de referencia, como producto del evento sísmico, mejorar la precisión de las coordenadas oficiales y otorgar una infraestructura geodésica fiable que satisfaga los requerimientos de los usuarios.

La descripción completa del análisis de datos GNSS, procesamiento, ajuste post-sismo y los resultados se encuentran disponibles en: (Cisneros & Nocquet, 2019) Actualización preliminar del Sistema Nacional de Referencia Espacial — SIRGAS-Ecuador, posterior al terremoto de Pedernales 7.8 Mw, 16 de abril de 2016. Revista Geofísica, (67), 41-79. Recuperado a partir de <https://revistasipgh.org/index.php/regeofi/article/view/161>.

Como podemos observar en la Tabla 2, existen dos realizaciones a lo largo de los años para el Marco Geodésico de Referencia Nacional Ecuador. La primera establecida a partir del ajuste inicial de la campaña regional SIRGAS95 (densificación del ITRF 94), y la segunda proveniente de la necesidad de contar con coordenadas post-sismo, como una solución emergente al terremoto de Pedernales del año 2016 (densificación del ITRF 2008).

REALIZACIONES DEL ITRF
ITRF 92
ITRF 93
ITRF 94 - SIRGAS 95 - Ajuste RENAGE
ITRF 96
ITRF 97
ITRF 2000
ITRF 2005
ITRF 2008 - Ajuste REGME - Post-Sismo año 2016
ITRF 2014
ITRF 2020 - Nueva Realización (Nov-2022 GPSweek 2238)

Tabla 2: Evolución del ITRF

La evolución del ITRF en sus diferentes realizaciones (Tabla 2), implica variaciones significativas a ser consideradas para el establecimiento de un Marco de Referencia Nacional. Todas las realizaciones incluyen las posiciones de las estaciones constitutivas del marco (determinadas para una época de referencia), junto con las correspondientes velocidades que posibilitan conocer su evolución en el tiempo. Las distintas realizaciones se encuentran relacionadas mediante parámetros de transformación, que permiten comparar (o migrar de un ITRF a otro) las coordenadas determinadas para diferentes soluciones y/o considerando distintas épocas de observación; por tal razón el ITRF se actualiza constantemente.

A partir de la semana GPS 1934, correspondiente al 29 de enero de 2017, el Servicio GNSS Internacional – IGS, oficializó el nuevo ITRF 2014, vigente a nivel global, es decir que a partir de esa fecha las coordenadas globales son ajustadas al nuevo ITRF2014. Fuente: IGSMAIL-7399 e IGSMAIL-7414 (IGS14/igs14.atx, 2014).

ITRF2020 es la nueva realización del Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS). Conforme el procedimiento ya utilizado para soluciones ITRF anteriores, el ITRF2020 utiliza como datos de entrada series temporales de las posiciones de estaciones, y Parámetros de Orientación de la Tierra (EOP) proporcionados por los Centros Técnicos de las cuatro técnicas geodésicas espaciales (VLBI – *Very Long Baseline Interferometry*, SLR – *Satellite Laser Ranging*, GNSS – *Global Navigation Satellite System* y DORIS – *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*). Basado en soluciones completamente reprocesadas (Repro3) de las cuatro técnicas, se espera que ITRF2020 sea una solución mejorada en comparación con ITRF2014. La nueva realización del ITRF, se adopta a nivel global a partir de la última semana del mes de abril 2022, fuente oficial: <https://itrf.ign.fr/en/solutions/ITRF2020>.

Este cambio al igual que las anteriores actualizaciones del ITRS, genera un salto en las series de tiempo de las estaciones, puesto que a partir de esta fecha los productos calculados por el IGS tales como las efemérides satelitales, los parámetros de orientación terrestre EOP y las correcciones a los relojes de los satélites, están dados en este nuevo marco de referencia vigente.



IGS - Servicio GNSS Internacional, proporciona de forma abierta y accesible, datos, productos y servicios GNSS de la más alta calidad en apoyo del Marco de Referencia Terrestre ; la observación e investigación de la Tierra; el posicionamiento, la navegación y la sincronización; y otras aplicaciones que benefician a la comunidad científica y a la sociedad.

2.1 Campaña de observación GNSS de la Red Pasiva RENAGE y Red Activa REGME, a nivel nacional; para la actualización del Marco de Referencia del Ecuador

Con la finalidad de obtener una solución estable alineada al ITRF, el Instituto Geográfico Militar, esperó 5 años luego de acontecido el terremoto de Pedernales del año 2016, para ejecutar las campañas de observación GNSS a nivel nacional.

Para garantizar el éxito de la campaña, se ejecutaron trabajos previos para realizar una evaluación y diagnóstico de la Red Nacional GNSS del Ecuador – RENAGE. Se evaluó el estado de 120 puntos repartidos en 8 bloques. No se evaluó el bloque número 9 ubicado en el oriente, y tampoco el bloque número 10 ubicado en las islas Galápagos, principalmente por temas logísticos y de presupuesto.

La evaluación de cada punto consistió en verificar la existencia del mojón / placa, verificar el estado inicial, ejecutar un mantenimiento correctivo (reforzar la marca con concreto, eliminar obstrucciones cercanas que provoquen multipath, limpieza y pintura para identificar el punto) y en el peor de los casos reubicar y construir un nuevo mojón, en caso de destrucción total de la marca original.

En términos generales, se puede mencionar que de los 130 puntos de la primera campaña RENAGE del año 1994, aún existen un total de 42 vértices originales en buen estado. Por otro lado, de los puntos de la campaña RENAGE del año 2014 – 2015, se recuperó 76 puntos, y fue necesario la construcción de 23 mojones nuevos en el año 2021 para completar el total de 141 puntos que conforman la nueva red pasiva (Figura 1).



Figura 1: Construcción del Mojón IGM tipo B, GADM. Pedro Vicente Maldonado, 2021

Las campañas GNSS, se desarrollaron a partir del 15 de julio al 23 de octubre del año 2021.

En total se midieron 141 puntos de la red pasiva RENAGE, cada uno durante 48 horas de posicionamiento GNSS continuo, utilizando receptores de doble-frecuencia Trimble Alloy, antena Trimble Zephyr Geodetic3 (Tabla 4). Adicionalmente se garantizó las medidas de 43 estaciones GNSS de la red permanente REGME (Figura 3). Toda la infraestructura geodésica considerada en estas campañas, fue diseñada de tal forma que la distribución a nivel nacional de las estaciones sea homogénea, e incluya las regiones costa, sierra, oriente e insular. Para garantizar la realización de la campaña de campo, inicialmente se dividió al país en 8 bloques, cada uno conformado por 15 vértices, adicional un bloque de 10 vértices en la región amazónica, y finalmente un bloque de 10 puntos en las islas Galápagos. Como se puede apreciar en el siguiente mapa (Figura 2), en total las campañas GNSS fueron ejecutadas sobre 10 bloques de estaciones:

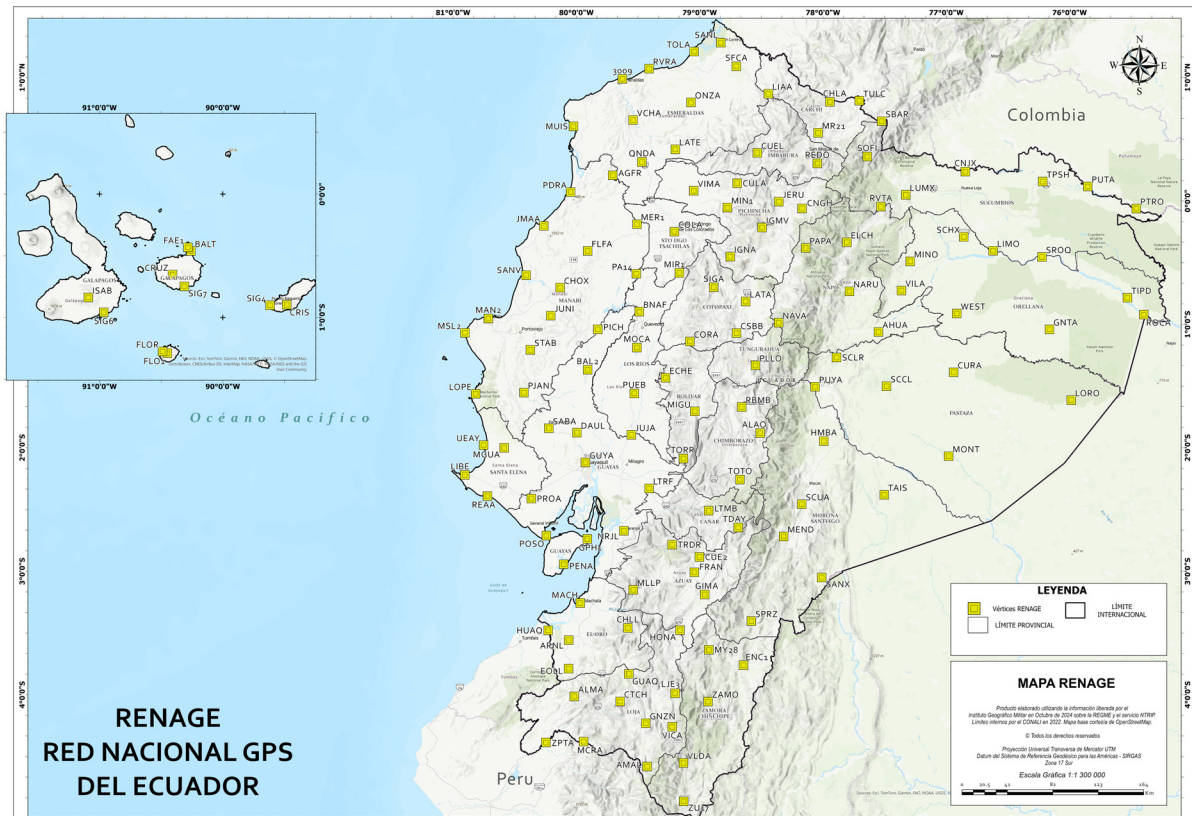


Figura 2: Ubicación Geográfica de los puntos RENAGE

	MARCA	MODELO	RNX CODE	CONSTELACIÓN	TASA	SES 1	SES 2	NORTE
ANTENA	TRIMBLE	ZEPHYR GEO- DETI3	TRM115000.00 NONE	GPS+GLONASS+GALILEO+- BEIDOU	1 SEC	24 HRS	24 HRS	MAGNÉTICO
RECEPTOR	TRIMBLE	ALLOY	ALLOY 5.45	GPS+GLONASS+GALILEO+- BEIDOU	1 SEC	24 HRS	24 HRS	MAGNÉTICO

Tabla 4: Equipos y estrategia de campo, adoptada para la campaña RENAGE

2.2 Descripción y tratamiento del set de datos usado en el proyecto

Todos los datos en formato original (formatos nativos binarios) provenientes de las mediciones GNSS descritas en cada bloque de la campaña RENAGE+REGME (Figura 4), fueron convertidos a formato universal RINEX versión 2.11, mediante el uso de la herramienta The Multi-Purpose Toolkit for GPS/GLONASS Data – TEQC (Estey & Meertens, 1999). Posteriormente, todos los archivos RINEX de observación (sitedoy0.yyo) fueron sometidos a un estricto control de calidad QC con el fin de filtrar únicamente los datos óptimos para el procesamiento de las soluciones libres, y finalmente ser almacenados con una doble compresión utilizando HATANAKA+ Zip.

En lo que respecta a la red SIRGAS-CON, se usaron datos de estaciones permanentes de países vecinos, para mejorar la cobertura de la red a nivel regional e identificar a esta escala movimientos o desplazamientos provocados por fenómenos geofísicos (principalmente efectos de la subducción). La detección de estos desplazamientos, permite aplicar correcciones necesarias para evitar la distorsión de las coordenadas finales. Las estaciones SIRGAS usadas en el proyecto, pertenecen a los siguientes países e instituciones oficiales: Colombia IGAC MAGNA-ECO Red de Estaciones GNSS de Operación Continua, Brasil RBMC - Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS, y Perú a través del IGN Red Geodésica Peruana de Monitoreo Continuo. Adicionalmente, se emplearon datos de la red activa RENGEO del Instituto Geofísico de la Escuela Politécnica Nacional - IGEPN y las estaciones activas que son parte del proyecto Andes del Norte - ADN-IRD-IGEPN (Nocquet et al. 2014).

Finalmente, se usaron datos de estaciones CORS de la Red Global *The International GNSS Service* - IGS, que se encontraban dentro de la solución oficial ITRF2014, ITRF2020; siendo estas usadas como referencia para estabilizar y alinear las soluciones libres dentro del ITRF. A continuación, se presenta un detalle del set de datos:

RED	No. SITES DISPONIBLES	DESCRIPCIÓN
RENAGE	141	RED NACIONAL GNSS ECUADOR (Red Pasiva)
REGME	43	RED GNSS DE MONITOREO CONTINUO ECUADOR (Red Activa)
RENGEO	22	RED NACIONAL GEODESICA - IGEPN
SIRGAS-CON COLOMBIA	16	IGAC_COLOMBIA
SIRGAS-CON PERÚ	19	IGN PERÚ
SIRGAS-CON BRASIL	12	IBGE BRASIL
REFERENCE NETWORK IGS	28	IGS CORS
TOTAL	281	

Tabla 5: Sitios de campaña y estaciones CORE usadas en el procesamiento

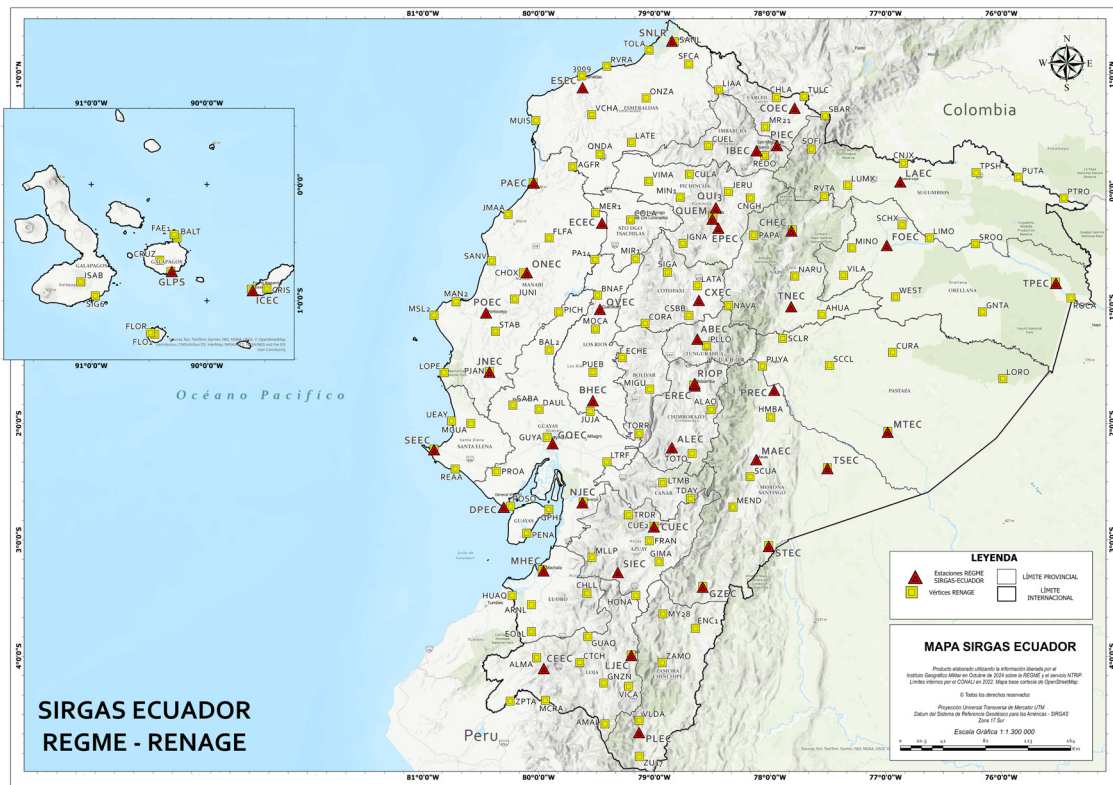


Figura 4: Ubicación Geográfica REGME – RENAGE

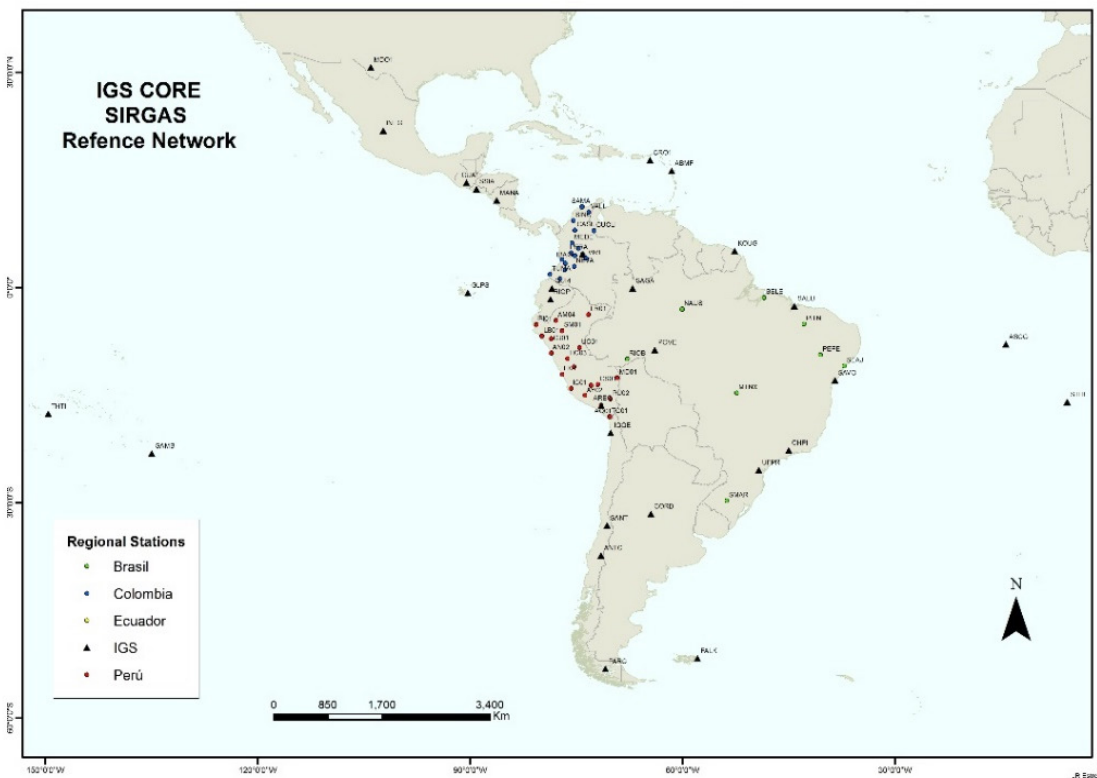


Figura 5: Ubicación Geográfica IGS CORE – SIRGAS

Existen estaciones IGS CORS que no estuvieron disponibles en el período de las campañas de campo (15 julio al 25 de octubre de 2021), por tal razón no se cuenta con esa información RINEX para el procesamiento.

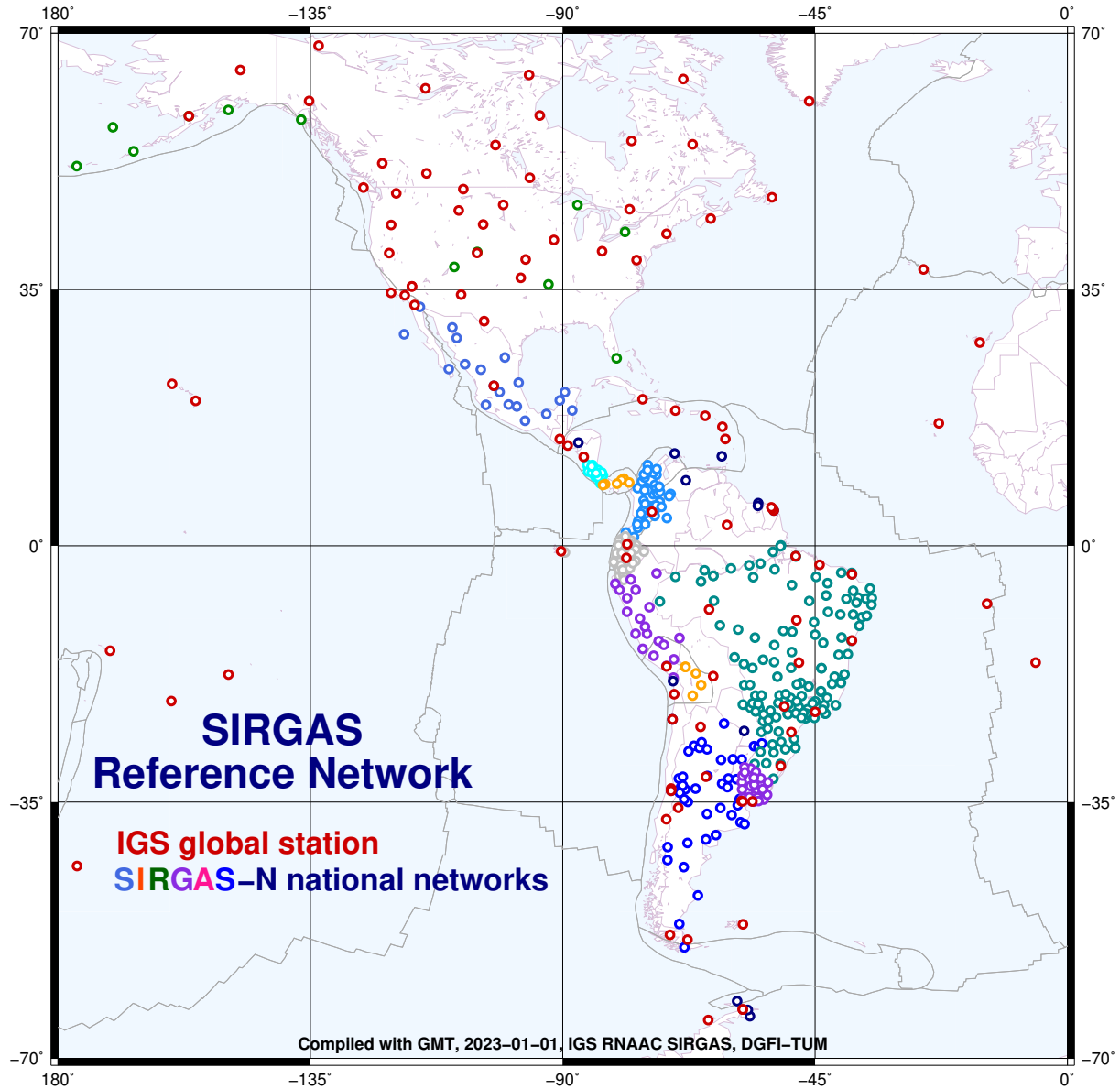


Figura 6: SIRGAS Reference Network Map, fecha de corte septiembre 2021

Las estaciones IGS usadas como referencia para estabilizar y alinear las soluciones libres al ITRF, se presentan en la Tabla 6, y en las Figuras 5 y 6. Cabe mencionar que varias estaciones también forman parte de la red SIRGAS_CON.

	IGS CORE
1	ABMF
2	ANTC
3	AREQ
4	ASCG
5	BOGT
6	CHPI
7	CORD
8	CRO1
9	FALK
10	GAMB
11	GLPS
12	GUAT
13	INEG
14	IQQE
15	KOUG
16	MANA
17	MDO1
18	PARC
19	POVE
20	QUI4
21	RIOP
22	SAGA
23	SALU
24	SAVO
25	SSIA
26	STHL
27	THTI
28	UFPR

Tabla 6: Estaciones IGS CORE

Para definir el número de sitios finales, tanto de la campaña GNSS (Red Pasiva) como de Estaciones GNSS Permanentes (Red Activa), se realizó un procesamiento preliminar y se evaluó los resultados obtenidos, tomando en cuenta aspectos como: la calidad de las soluciones obtenidas, el margen de repetibilidad y el análisis de las series de tiempo, estabilizadas con 7 parámetros de Helmert.



2.3 Procesamiento y Ajuste de datos GNSS mediante el software científico PYACS y GAMIT / GLOBK

El procesamiento de datos GPS se ejecutó por medio del software GAMIT/GLOBK (Herring et al 2015,2018) utilizando una estrategia de cálculo y un ambiente de trabajo definido por el software PYACS (Nocquet, 2022), el cual se encuentra conformado por un conjunto de scripts y módulos de Python, diseñados para analizar y modelar datos geodésicos, en un ecosistema de tipo clúster.

GAMIT, realiza el cálculo de soluciones libres (libre de un marco de referencia) en el espacio y estabilización de las soluciones en un marco de referencia, para lo cual utiliza dobles diferencias de fase entre las estaciones y satélites para cancelar completamente los efectos de las variaciones del reloj. GAMIT además, incorpora un algoritmo de mínimos cuadrados ponderados para calcular las posiciones relativas de un conjunto de estaciones.

La estrategia de procesamiento adoptada incluye la aplicación de variables que intervienen en un procesamiento científico, a través de la inclusión (download) de los Parámetros de Rotación de la Tierra (EOP), Órbitas Precisas del IGS 3rd Data Reprocessing Campaign (efemérides Reprocesadas-repro3), Grillas Atmosféricas, Carga Oceánica, y efectos de las mareas de la Luna y del Sol (ut1, luntab, soltab) respecto al Marco de Referencia. A continuación, se presenta un resumen de los parámetros considerados en la estrategia de procesamiento:

- Constelación Satelital GPS.
- Formato de las observaciones GPS: RINEX versión 2.11.
- Intervalo de muestreo para las observaciones GPS: 30 segundos.
- Combinación lineal L3 (Libre-de-Ionosfera) a partir de las observables L1 y L2.
- Órbitas satelitales Precisas SP3 https://igs.org/data/#broadcast_ephemerides.
- Correcciones a los relojes de los satélites y los parámetros de orientación terrestre EOP (Earth Orientation Parameters) contenidos en las soluciones finales del IGS, <http://www.igs.org/products/data>.
- Modelo Global de Gravedad EGM2008.
- Modelo más reciente de los valores absolutos de las correcciones a las variaciones de los centros de fase (PCV, Phase Centre Variations) de las antenas GNSS, publicado por el IGS https://files.igs.org/pub/station/general/pcv_archive/.
- Corrección PCO, (Phase Centre Offset), modelo del IGS PCV de las antenas receptoras, https://files.igs.org/pub/station/general/pcv_archive/.
- Efectos de carga oceánica de origen mareal - modelo de mareas oceánicas FES, ofrecido por Bos y Scherneck en <http://holt.oso.chalmers.se/loading>.
- Componente hidrostática en dirección al zenit (ZHD) a partir de los coeficientes de la VMF (Vienna Mapping Function) a intervalos de una hora para cada día, https://vmf.geo.tuwien.ac.at/trop_products/GRID/.
- Todos los resultados quedan expresados en el mismo sistema, marco y época de referencia en el que se encuentran las órbitas GNSS.

El procesamiento también incluye parámetros calculados como los Retrasos al Cenit de las ondas de los satélites inducidas por la tropósfera, la posición y las ambigüedades de fase. Dado que el modelo funcional sobre las observaciones y los parámetros no es lineal, el ajuste

por mínimos cuadrados para cada sesión es necesario (en ciertos casos) repetirlo hasta encontrar la convergencia.

El resultado del procesamiento son los h-files obtenidos por cada día procesado, los cuales poseen todas las estimaciones de la solución libre (loosely constrained), conjuntamente con las matrices de varianza/covarianza.

GLOBK, aplica un Filtro de Kalman cuyo propósito es combinar soluciones obtenidas del procesamiento de datos GPS. La entrada primaria son las soluciones libres - loosely constrained (h-files) obtenidas del procesamiento GPS con GAMIT. Estas soluciones son usadas en tres aplicaciones con GLOBK:

- Para generar series de tiempo de las estaciones, realizar test de repetibilidad e identificar y remover outliers de cada estación.
- Para obtener una estimación promedio de las coordenadas de múltiples días de procesamiento, combinando sesiones individuales de las observaciones de los sitios GPS.
- Para estimar velocidades de las estaciones a partir de las coordenadas promedio obtenidas de varios años de observación repetitiva.

PYACS es un set de herramientas y funciones en python para el análisis de datos GPS y el modelamiento de varios procesos geofísicos. El procesamiento de datos GPS se lo realiza a través del uso del módulo PYGECA. Este último prepara todos los datos y modelos que son usados por Gamit en un ambiente de cálculo de subredes. El resultado obtenido son las soluciones libres incluyendo las matrices de varianza covarianza.

Incluye un módulo para implementar el marco de referencia y derivar series temporales usando soluciones libres o con restricciones flexibles, y utiliza estimadores robustos para proponer una selección óptima de sitios para definir el marco. PYACS incluye una caja de herramientas de análisis de series de tiempo, con varias funciones que facilitan el análisis para la detección de valores atípicos, outliers y compensaciones que se puede ensamblar fácilmente para producir análisis automatizados. Incluye 4 componentes principales:

- Set de paquetes para manejar coordenadas, tiempo, estimadores, conversiones de formato.
- `pyacs_make_time_series.py` es un script para expresar soluciones GNSS libres, en un solo marco de referencia y producir series de tiempo.
- El módulo `Gts` permite un análisis versátil de series de tiempo, ya sea para soluciones individuales o para un grupo de series de tiempo.
- Un paquete dedicado al análisis de campos de velocidad GNSS, incluido el cálculo del polo de Euler y el análisis básico de la tasa de deformación.

A continuación, un ejemplo de los comandos utilizados para el procesamiento en la Tabla 7:

```
nohup pygeca_subnetworks.py -dir_conf /nao2/cisneros/GEODESY/process/mvec_setup -sd 241 -ed 250 -year 2021 -type best -experiment mvec --ncpu 1 --min_rinex_size 60 --nsites_subnetworks 30 --nties 4 > /dev/null &
```



Comando	Descripción
pygeca_subnetworks.py	Comando para ejecutar el procesamiento pygeca
dir_conf /NAO2/cisneros/GEODESY/process/mvec_setup	path de los archivos de control (sites.default, station.info, process.default, apr)
sd 241	Start Day
ed 250	End Day
year 2021	Año
type best	Es la mejor estrategia de procesamiento, predefinida
experiment mvec	Nombre del experimento
min_rinex_size 60	Tamaño mínimo de datos rinex para procesar (Mb)
nsites_subnetworks 30	Número de Sites por Sub-red
nties 4	Número de Redes

Tabla 7: Comandos de procesamiento pygeca

El resultado obtenido del procesamiento, son los archivos GLX por cada día procesado los cuales contienen todas las estimaciones de la solución libre (*loosely constrained*), conjuntamente con las matrices de varianza/covarianza.

Para estabilizar las soluciones libres, es necesario listar todos los archivos GLX en un archivo principal. Mediante Filtro de Kalman se realiza la combinación de las soluciones libres y se estabiliza la solución alineada al Marco de Referencia Global (por ejemplo, ITRF14 - ITRF20), y mediante el modelo de transformación de Helmert se calculan los 7 parámetros (3Rx, 3Tx, 1fe).

Para el cálculo de los 7 parámetros de Helmert debemos escoger estaciones del IGS como referencia, tomando en cuenta una buena geometría, es decir, cuya ubicación cubra toda el área del proyecto por niveles de distancia en los cuatro cuadrantes (en lo posible las más cercanas). Se debe además considerar únicamente las estaciones que no sufran efectos geodinámicos o estén afectadas por fenómenos geofísicos transitorios (cambios bruscos de la posición con respecto al movimiento lineal). Las soluciones obtenidas sirven principalmente para:

- Generar series de tiempo de las estaciones, realizar test de repetibilidad e identificar y remover outliers de cada estación.
- Obtener una estimación promedio de las coordenadas de múltiples días de procesamiento, combinando sesiones individuales de las observaciones de los sitios GPS.
- Estimar velocidades de las estaciones a partir de las coordenadas promedio obtenidas de varios años de observación repetitiva.

2.4 Evaluación de la calidad de los resultados obtenidos del procesamiento.

Para evaluar la calidad de los resultados del procesamiento hay dos opciones, la desviación estándar que se obtiene de la matriz varianza y covarianza de las coordenadas; y la repetibilidad diaria (REP), que es el promedio ponderado del error cuadrático. A pesar de que la desviación estándar es el primer indicador de la calidad del procesamiento, por lo general proporciona valores muy optimistas por la calidad de los parámetros, sin embargo, la repetibilidad proporciona una medida más realista de la precisión de las coordenadas de las estaciones permanentes y los puntos de campaña, y es un indicador de la dispersión de las soluciones de todos los días (Nocquet. JM, 2008).

Con el fin de analizar la calidad de nuestro procesamiento, hemos seleccionado la repetibilidad como estrategia de evaluación, la cual se obtiene mediante la siguiente expresión (Blewitt, 1989):

$$REP = \left(\frac{\frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{(R_i - R_m)^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \right)$$

*Donde, n es el número de días de ocupación,
 Ri es la estimación de coordenadas,
 σi es la desviación estándar de las coordenadas para el "i" día;
 Rm es la media ponderada de las coordenadas de la estación.*

La repetibilidad, permite cuantificar la magnitud en término de la diferencia y variación de la coordenada de un mismo punto en el transcurso del tiempo; considerando todos los agentes externos que puedan provocar un salto importante en las series de tiempo de esta estación. El cálculo de la Repetibilidad y las Series Temporales son expresadas en el Marco de Referencia aplicado en la estabilización de las soluciones. Una buena repetibilidad garantiza un buen procesamiento de datos GPS.

2.5 Análisis de la Repetibilidad y Series de Tiempo

El análisis de la repetibilidad y series de tiempo comprende dos aspectos diferentes: análisis a corto plazo y análisis a largo plazo.

La Repetibilidad a corto plazo, permite verificar la precisión del cálculo (procesamiento) de una campaña GPS en particular.

La Repetibilidad a largo plazo, permite verificar la precisión del cálculo de una campaña GPS a corto plazo conjuntamente con varias campañas GPS a largo plazo, observando un nivel de acuerdo variable en el tiempo.



Dado que el proyecto RENAGE 2021 abarca datos de 26 días distribuidos en 11 semanas GPS, es conveniente realizar un análisis de repetibilidad y series de tiempo a largo plazo, con el fin de confirmar la calidad del procesamiento, analizar el comportamiento de las soluciones estabilizadas en el transcurso del tiempo, depurar y corregir errores de saltos en las series de tiempo, outliers, ruido, errores en la componente vertical (por lo general error en la altura de la antena GNSS) e incompatibilidad de códigos usados en el nombre de los sitios. Este análisis permite depurar los errores (principalmente los outliers), y obtener una Solución Acumulada “limpia” (depurada y libre de errores) de la cual se obtendrán las coordenadas ajustadas que materializan el nuevo Marco de Referencia.

Es importante ejecutar el análisis de Repetibilidad de las coordenadas en función del tiempo y definir una época de referencia que permita estabilizar la solución ajustada para obtener las nuevas coordenadas oficiales, que garanticen la ejecución de todas las actividades relacionadas con la componente de Georreferencia como cartografía, mapeo, catastro, etc., dentro de los niveles de precisión aceptables.

Como se manifestó anteriormente, para el análisis de Repetibilidad (wrms), se procesó un total de 11 semanas GPS a partir de la semana GPS week 2166 - DOY 197 (comprende del 11 al 17 de julio de 2021) hasta la semana GPS week 2180 - DOY 296 (comprende del 17 al 23 de octubre de 2021, día final de la campaña).

Para la RENAGE, se obtuvo valores de Repetibilidad de 140 sites. El punto INDANZA - INDZ quedó excluido del procesamiento por no cumplir los criterios de calidad mínimos, con un nivel elevado de multipath y saltos de ciclo, que se atribuyen probablemente a la presencia de obstrucciones, condiciones atmosféricas desfavorables, presencia de lluvias intensas, etc.

El punto PEDERNALES - PDRA presenta saltos de ciclo y multipath, que se atribuyen al nivel de obstrucciones existentes en el sitio donde se encuentra ubicado el punto.

Para la REGME, se obtuvo valores de Repetibilidad de 43 estaciones permanentes. Tanto la repetibilidad (wrms) como las series de tiempo, están expresadas en el Marco de Referencia Global ITRF14 e ITRF2020. Se excluyó la estación TAISHA-TSEC, porque presenta valores atípicos en la componente vertical $h = 59.87$ mm.

Cabe mencionar que se consideran como valores óptimos de wrms para las componentes Norte y Este entre 2 y 3 mm, y el valor óptimo para la componente vertical es el doble o triple del valor del wrms de las componentes N-E. A continuación, se presenta un resumen general estadístico de la Repetibilidad para las componentes Norte, Este, Altura.

2.5.1 Repetibilidad REGME

La Tabla 8, presenta la evaluación del nivel de repetibilidad, para las estaciones permanentes REGME, obtenido en el proceso de estabilización del ITRF14 e ITRF2020.

ITRF 2020 *				ITRF 2014		
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	REGME 43 SITES	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.32	0.34	1.98	MIN	0.21	0.30	1.47
2.92	3.12	12.64	MAX	3.10	3.19	12.73
0.94	0.98	3.87	MEDIA	0.91	1.01	3.75
0.94	0.96	3.64	MEDIANA	0.86	0.93	3.23
0.42	0.50	1.86	DESV	0.48	0.49	1.86
CUARTILES						
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	REGME 43 SITES	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.32	0.34	1.98	Q0	0.21	0.30	1.47
0.70	0.70	2.75	Q1 (25%)	0.63	0.71	2.78
0.94	0.96	3.64	Q2 (50%)	0.86	0.93	3.23
1.10	1.10	4.19	Q3 (75%)	0.97	1.13	4.31
2.92	3.12	12.64	Q4	3.1	3.19	12.73

Tabla 8: Resumen general estadístico Repetibilidad REGME.

Se observa en la tabla estadística REGME (Tabla 8), que la componente horizontal del ITRF2014 e ITRF2020, tienen una media de repetibilidad ~1 mm y en la componente vertical ~4 mm. Se obtuvo un buen nivel de repetibilidad, que garantiza el procesamiento de datos GNSS, para las estaciones permanentes REGME.

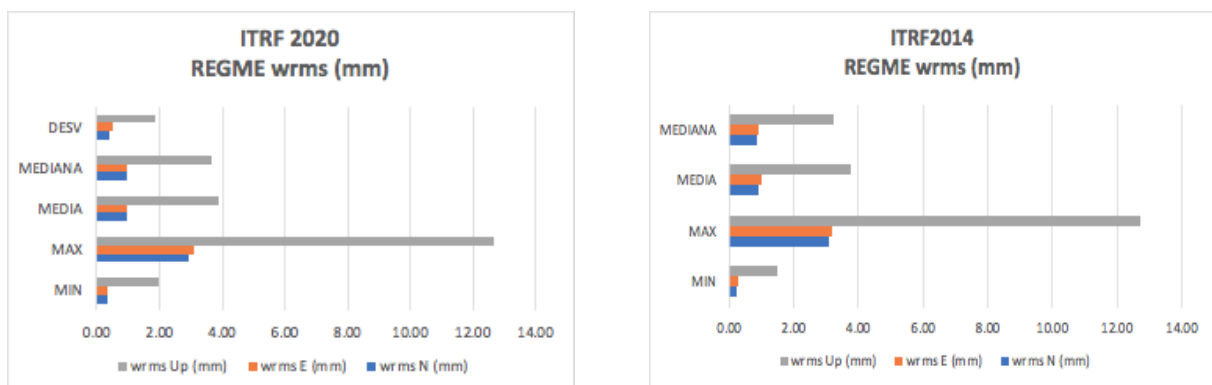


Figura 7: Repetibilidad REGME

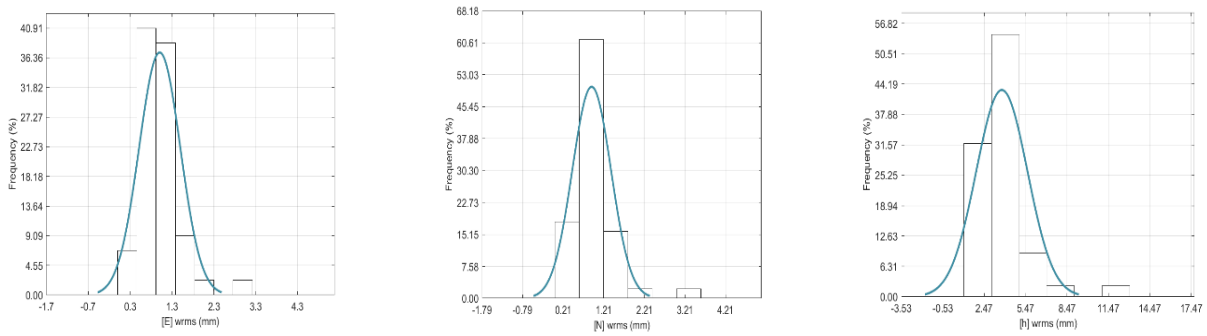


Figura 8: Histograma REGME ITRF 2020

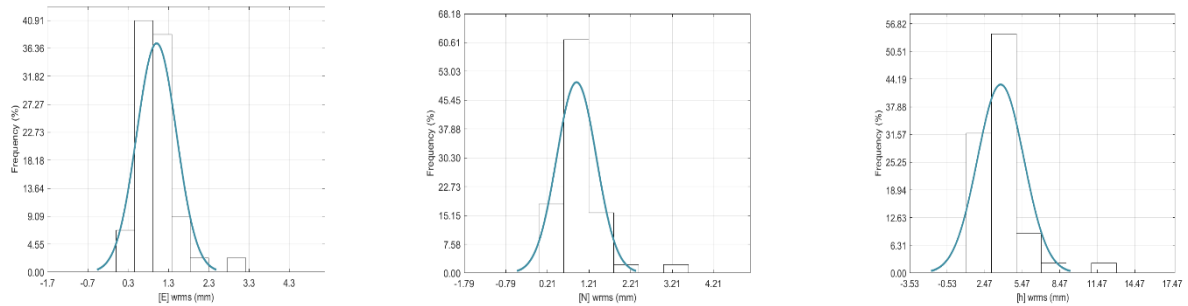


Figura 9: Histograma REGME ITRF 2014

Los histogramas (Figuras 8 y 9) muestran que el 75% de estaciones REGME, tienen un nivel de repetibilidad de ~ 1 mm en la componente horizontal y ~4 mm en la vertical.

2.5.2 Repetibilidad RENAGE.

A continuación, se presenta la evaluación del nivel de repetibilidad, para los sitios de campaña RENAGE, obtenido en el proceso de estabilización del ITRF14, ITRF2020.

ITRF 2020 *				ITRF 2014		
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	RENAGE 133 SITES	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.01	0.01	0.07	MIN	0.00	0.01	0.02
5.49	6.42	18.46	MAX	5.13	6.34	17.76
1.02	1.27	4.36	MEDIA	0.94	1.25	4.00
0.81	0.91	3.14	MEDIAN	0.69	0.90	2.94
0.89	1.23	3.83	DESVM	0.85	1.22	3.67
CUARTILES						
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	RENAGE 133 SITES	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.01	0.01	0.07	Q0	0.00	0.01	0.02
0.38	0.45	1.22	Q1 (25%)	0.37	0.41	1.09
0.81	0.91	3.14	Q2 (50%)	0.69	0.90	2.94
1.49	1.71	6.39	Q3 (75%)	1.35	1.66	6.01
5.49	6.42	18.46	Q4	5.13	6.34	17.76

Tabla 9: Resumen general estadístico Repetibilidad RENAGE

Se observa en la tabla estadística RENAGE (Tabla 9), que la componente horizontal del ITRF14 e ITRF2020, tienen una media de repetibilidad de ~1 mm y ~4 mm en la vertical. Se obtuvo un gran nivel de repetibilidad, que garantiza un buen procesamiento de datos GNSS, para los sitios de campaña RENAGE.

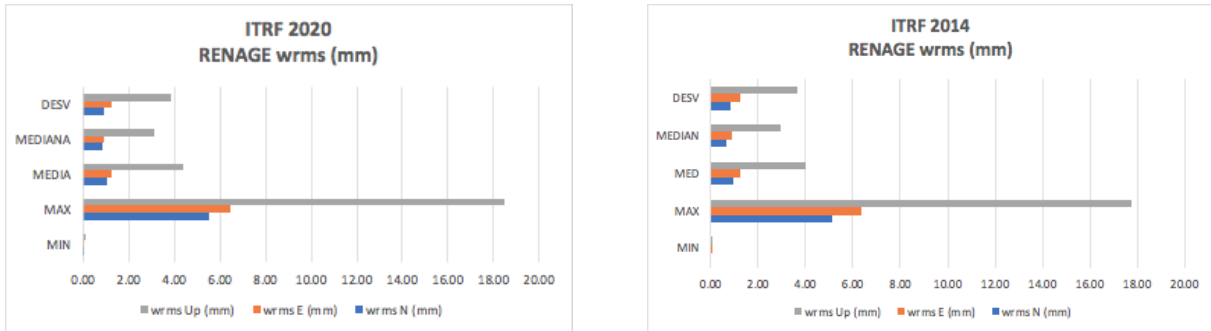


Figura 10: Repetibilidad RENAGE

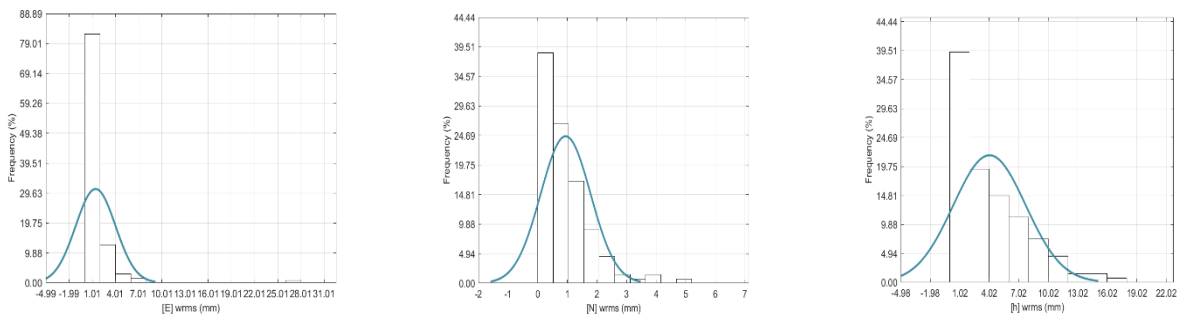


Figura 11: Histograma RENAGE ITRF 2020

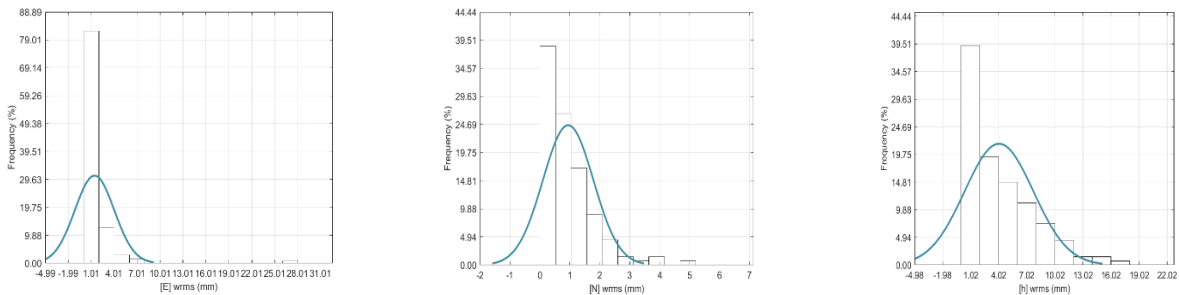


Figura 12: Histograma RENAGE ITRF 2014

Finalmente, los histogramas (Figuras 11 y 12) muestran que el 75% de sitios RENAGE, tienen un nivel de repetibilidad en la componente horizontal, ~ 1.8 mm y ~ 7 mm en la vertical.

2.5.3 Repetibilidad ALL SITES.

A continuación, en la Tabla 10 se presenta la evaluación del nivel de repetibilidad, para todos los sitios y estaciones permanentes (REGME-RENAGE-RENGEO-IGS-SIRGAS-PERU-COL-BRAZ), obtenido en el proceso de estabilización del ITRF2014, ITRF2020.

ITRF 2020 *				ITRF 2014		
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	ALL SITES 264	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.01	0.01	0.07	MIN	0.00	0.01	0.02
5.49	11.71	18.46	MAX	5.13	11.70	17.76
1.03	1.27	4.26	MEDIA	0.98	1.26	4.04
0.89	1.04	3.79	MEDIANA	0.82	1.01	3.44
0.74	1.16	2.97	DESV	0.72	1.16	2.92
CUARTILES						
wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)	RENAGE 133 SITES	wrms N (mm)	wrms E (mm)	wrms Up (mm)
0.01	0.01	0.07	Q0	0.00	0.01	0.02
0.57	0.61	2.28	Q1 (25%)	0.51	0.64	2.17
0.89	1.04	3.79	Q2 (50%)	0.82	1.01	3.44
1.33	1.61	5.42	Q3 (75%)	1.26	1.57	5.33
5.49	11.71	18.46	Q4 (100%)	5.13	11.70	17.76

Tabla 10: Resumen general estadístico Repetibilidad All_Sites

Se observa en la tabla estadística (Tabla 10), que la componente horizontal del ITRF2014 e ITRF2020, tienen una media de repetibilidad ~1 mm; mientras que la componente vertical presenta ~4 mm. Se obtuvo un gran nivel de repetibilidad, que garantiza un buen procesamiento de datos GNSS, para todos los sitios y estaciones GNSS, que son parte del proyecto.

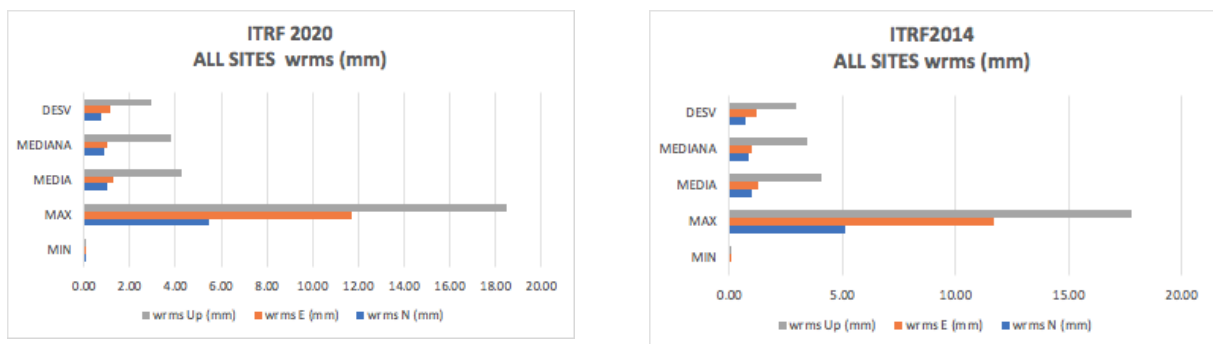


Figura 13: Repetibilidad All Sites

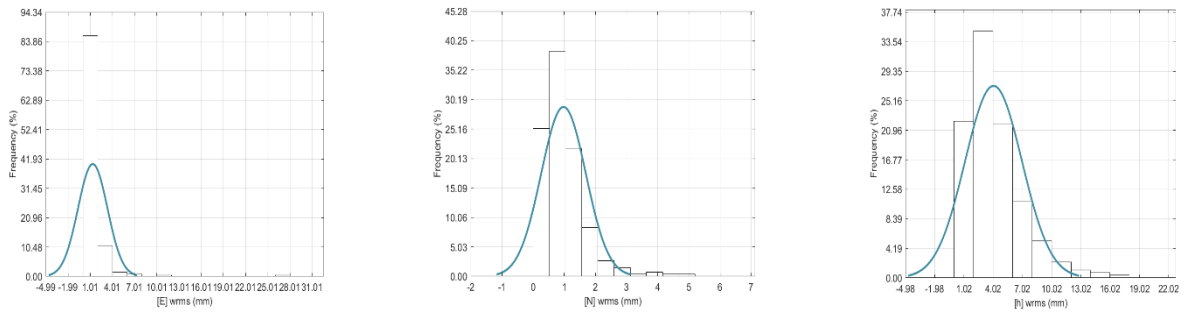


Figura 14: Histograma ITRF 2020

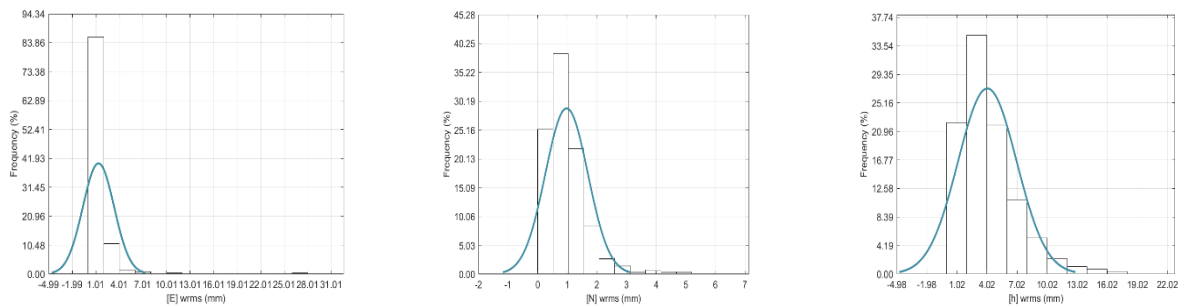


Figura 15: Histograma ITRF 2014

Los histogramas (Figuras 14 y 15) muestran que el 75% de las estaciones permanentes y sitios de campaña, tienen un nivel de repetibilidad en la componente horizontal, ~ 1.6 mm y ~ 5 mm en la vertical.

En la Figura 16, se muestra la serie temporal de la estación permanente REGME, ubicada en la población amazónica de TAISHA – TSEC, muestra un valor atípico que se atribuye posiblemente al nivel de la componente húmeda del sector, principalmente afectada en la componente vertical $hwrms = 59.87$ mm, por lo tanto, se excluyó del análisis.

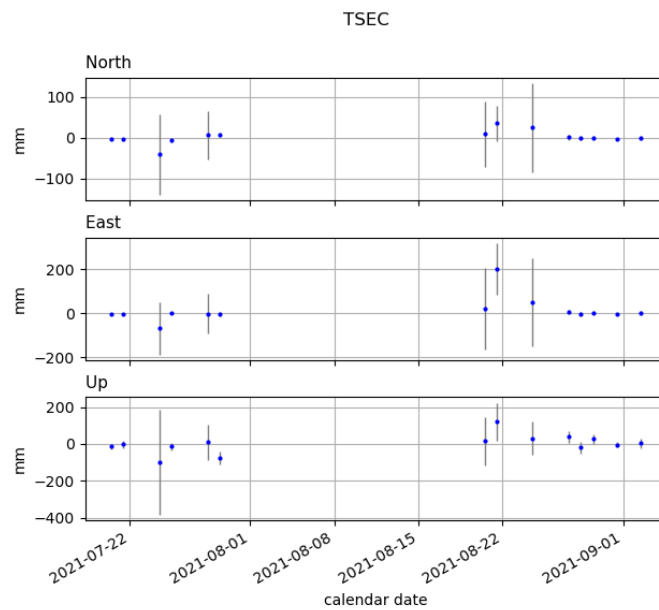


Figura 16: Serie de Tiempo estación Taisha – TSEC

En la Figura 17, se muestra la serie temporal del sitio de la red pasiva RENAGE, ubicada al N-W en la población de LITA – LIAA, la cual muestra un valor atípico que se atribuye posiblemente al nivel de la componente húmeda del sector, principalmente afectada en la componente vertical $hwrms = 58.74 \text{ mm}$, por lo tanto, se excluyó del análisis.

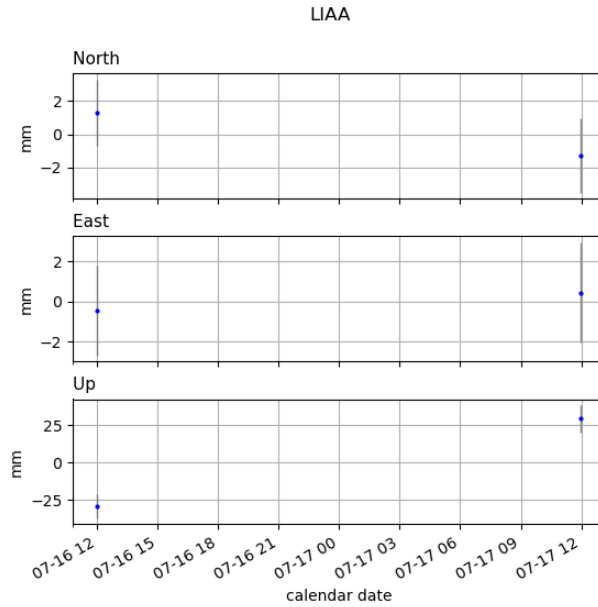


Figura 17: Serie de Tiempo sitio de campaña Lita-A - LIAA

Finalmente, en la Tabla 11 se presenta la variación del wrms (helmert_wrms_sum.dat) obtenido en el proceso de estabilización (alineación) de la solución libre mediante Helmert, para cada día de la campaña GPS.

Estabilización ITRF 2020 *				Estabilización ITRF 2014		
Helmert E wrms (mm)	Helmert N wrms (mm)	Helmert h wrms (mm)		Helmert E wrms (mm)	Helmert N wrms (mm)	Helmert h wrms (mm)
1.09	1.40	5.45	MIN	1.23	0.76	3.73
2.31	2.66	12.21	MAX	2.30	2.11	9.26
1.80	1.93	8.28	MEDIA	1.73	1.43	6.17
1.78	1.86	8.62	MEDIANA	1.71	1.38	5.89
0.36	0.35	1.72	DESVEST	0.30	0.37	1.37

Tabla 11: Resumen estabilización Helmert, para las soluciones ITRF2014 - ITRF2020

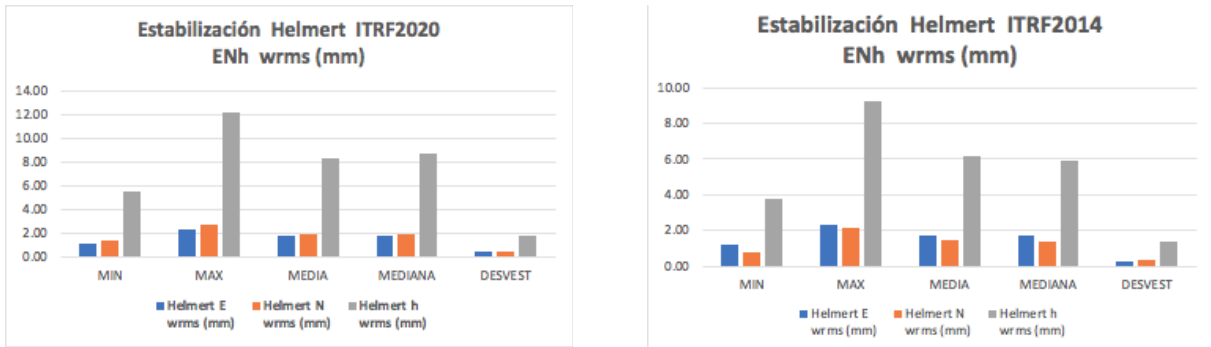


Figura 18: Estabilización Helmert

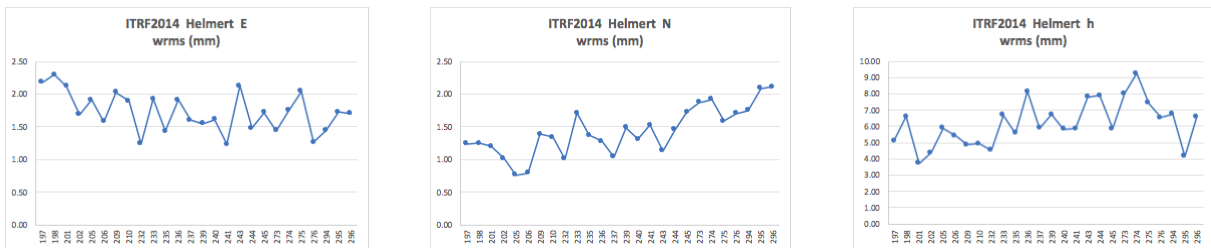


Figura 19: Estabilización Helmert ITRF2014, para cada día de la campaña Eje X = DOY (Day of Year, campaña 2021)

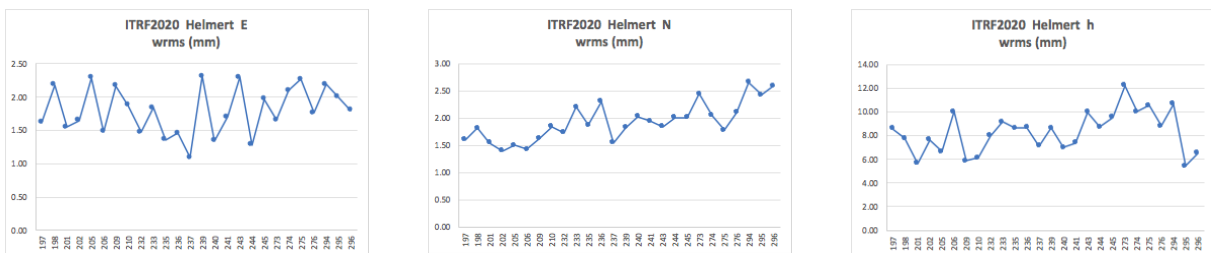


Figura 20: Estabilización Helmert ITRF2020, para cada día de la campaña Eje X = DOY (Day of Year, campaña 2021)

En la Figura 19 y 20, se observa que la solución ITRF2014 / ITRF2020, tienen un nivel de estabilización en el orden de los milímetros, para cada día de la campaña GPS (a partir del doy 197 al 296).

2.6 Obtención de las coordenadas oficiales que materializan el nuevo Marco de Referencia Geocéntrico del Ecuador

Para la obtención de las coordenadas oficiales, proponemos dos soluciones; una estabilizada en ITRF2014 y otra en ITRF2020.

La primera solución, se obtiene a partir de la estabilización de cada día de la campaña RENAGE y la segunda, a partir de una solución combinada de todos los días de campaña, recordando que se procesó un total de 11 semanas GPS a partir de la semana GPS week 2166 - DOY 197 (comprende del 11 al 17 de julio de 2021) hasta la semana GPS week 2180 - DOY 296 (comprende del 17 al 23 de octubre de 2021, día final de la campaña).

Primera Solución. - A partir del procesamiento de las campañas de campo RENAGE-REGME, se obtienen las soluciones libres para cada día, y a partir de aquello, se ejecuta la Estabilización de cada solución libre, para alinearla al ITRF y de esta manera se obtienen las coordenadas diarias, para cada punto.

Los puntos de la red pasiva RENAGE, se midieron en 2 sesiones. Cada sesión tuvo una duración de 24 horas (dos días de observación GNSS), por tal razón, se obtienen dos coordenadas Estabilizadas y Alineadas al ITRF para cada punto, cuya época de referencia, corresponde a la fecha en la cual fueron observados los datos.

Las estaciones permanentes REGME, por el contrario, proporcionan datos todos los días a lo largo de las campañas y por ende se obtuvo una coordenada y una época diaria, para cada día mientras duró la campaña de 11 semanas.

En tal virtud, la primera solución de coordenadas propuesta, es obtenida a partir del promedio total de coordenadas diarias para cada punto. La época de referencia corresponde a la fecha promedio (media) en la cual fueron observados los datos, a lo largo de la campaña, es decir 2021.66.

La primera solución, sirve principalmente para trabajar con estaciones permanentes de redes activas (por ejemplo, REGME, RENGEO, SIRGAS, IGS CORS, etc.), porque generan datos de observaciones GNSS a diario, durante largos periodos de tiempo, facilitando la disponibilidad de información para el procesamiento rutinario.

Segunda Solución. - A partir del procesamiento de cada día que involucra las campañas de campo de la red pasiva RENAGE y la red activa REGME, se obtienen las soluciones libres para cada día, y a partir de aquello se ejecuta la Combinación de la Solución Acumulada Final.

Para estabilizar la Solución Acumulada Final, dentro de un Marco de Referencia Global, utilizamos GLOBK. Por medio del modelo de transformación de Helmert se calcula 7 parámetros de transformación: 3 Rotaciones (R), 3 Traslaciones (T), 1 Factor de Escala (D). De esta manera, la solución acumulada final se alinea al ITRF, obteniendo una coordenada para cada punto de la RENAGE y para cada estación de la REGME.

La segunda solución, sirve para trabajar con redes pasivas cuyos puntos se miden en cortas y esporádicas campañas de campo (por ejemplo, RENAGE) y redes activas que generan datos de observaciones GNSS a diario, durante largos periodos de tiempo (por ejemplo, REGME, RENGEO, SIRGAS, IGS CORS, etc.). La solución combinada de las redes es más robusta, porque toma todas las soluciones libres, calculadas para cada día de observación de la campaña GPS, y acumula progresivamente coordenadas de todas las soluciones diarias, por medio de la estimación secuencial de mínimos cuadrados y teniendo en cuenta los procesos estocásticos, para obtener una Solución Acumulada Final, referida a una época específica, que coincide con el último día de la campaña RENAGE del año 2021.8 (23/10/2021).

A continuación, en la Tabla 12 y Figura 21 se presenta un resumen general de la diferencia existente entre los dos métodos (solución diaria y solución combinada), para la obtención de las coordenadas cartesianas XYZ de las estaciones REGME y los sites RENAGE:

DIF X (mm)	DIF Y (mm)	DIF Z (mm)	
5.330	9.970	6.780	MIN
5.350	17.640	1.980	MAX
0.402	1.876	2.821	MEDIA
0.320	1.650	2.930	MEDIANA
1.632	4.953	1.363	DESVEST

Tabla 12: Diferencia entre las dos soluciones (diaria y combinada)

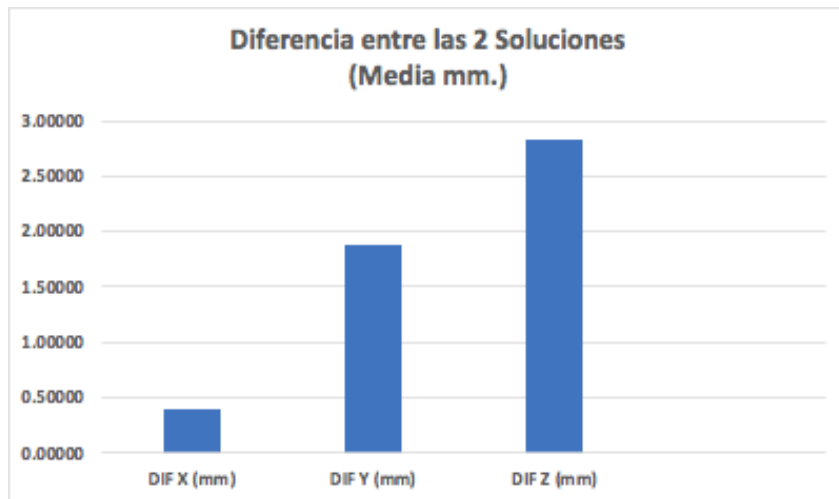


Figura 21: Representación gráfica de las diferencias en las dos soluciones

2.6.1 Nivel de acuerdo e incertidumbre de las coordenadas ITRF2014 / ITRF2020

Aplicando de manera rigurosa la estrategia de análisis, procesamiento y ajuste, se obtuvo como resultado las coordenadas de 43 estaciones de la REGME y coordenadas de 140 sitios de la RENAGE, determinadas con un nivel de incertidumbre (repetibilidad + wrms) de 2 milímetros en la componente horizontal y 4 milímetros en la componente vertical.

Para evaluar el nivel de acuerdo de nuestra Solución Final de la semana GPS 2180 obtenida con PYACS-GAMIT/GLOBK; respecto a la Solución Semanal SIRGAS sir21P2180.crd, se tomó las estaciones GNSS comunes de ambas soluciones, obteniendo el siguiente resultado:

NIVEL DE ACUERDO SOLUCIÓN COMBINADA PYACS/GAMIT-GLOBK week 2180 sir21P2180.crd Media (mm)		
X	0.115	MEDIA (mm)
Y	0.653	
Z	0.954	

Tabla 13: Nivel de acuerdo de las coordenadas finales

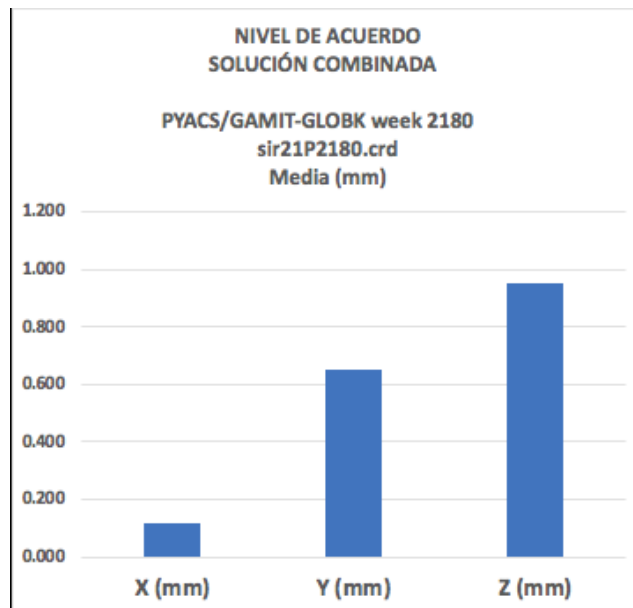


Figura 22: Gráfico estadístico del nivel de acuerdo de las coordenadas finales

Los resultados obtenidos del procesamiento muestran un excelente nivel de acuerdo y precisión, el cual presenta una media, para las tres componentes XYZ, en el orden de milímetros.

Adicionalmente, es importante realizar una evaluación del ITRF14 respecto al ITRF2020, para entender el nivel de acuerdo entre los dos marcos de referencia, y la contribución que tienen sobre las coordenadas. Por lo tanto, se evaluó las diferencias a partir de las coordenadas de 272 puntos (entre estaciones permanentes y sitios de campaña). A continuación, en la tabla 14, presentamos un resumen estadístico de los resultados:

DIFERENCIAS ITRF2020 - ITRF2014			
ÉPOCA 2021.8			
dX (mm)	dY (mm)	dZ (mm)	
-3.430	-4.770	-3.070	MIN
3.350	1.290	1.160	MAX
-0.386	-3.261	-1.873	MEDIA
-0.475	-3.430	-1.900	MEDIANA
0.689	0.821	0.519	DESVEST

Tabla 14: Nivel de acuerdo de las coordenadas finales

La Tabla 14 muestra una diferencia promedio en el orden de 3 mm para la componente cartesiana Y, 1.8 mm para la componente cartesiana Z y 0.4 mm para la componente cartesiana X. En términos prácticos ambas realizaciones del ITRF son similares (considerando los detalles técnicos de cada realización, por ejemplo, la época de referencia de cada ITRF).

Como podemos observar, en la Figura 23, la estimación de los parámetros de transformación entre el ITRF14 e ITRF2020, presenta la Rotación de los ejes XYZ igual a cero (0.000 mas), mientras que la traslación se encuentra en el orden de 1mm. Esto último explica la diferencia promedio obtenida en los dos sets de coordenadas (ITRF2014, ITRF2020), y ratifica la consistencia de los resultados.

Transformation Parameters from ITRF2020 to ITRF2014

14 transformation parameters from ITRF2020 to ITRF2014 have been estimated using 131 stations listed in the [core network list](#) and located at 105 sites shown on [fig.2](#).

	T1 mm	T2 mm	T3 mm	D 10 ⁻⁹	R1 mas	R2 mas	R3 mas
	-1.4	-0.9	1.4	-0.42	0.000	0.000	0.000
±	0.2	0.2	0.2	0.03	0.007	0.006	0.007
Rates	0.0	-0.1	0.2	0.00	0.000	0.000	0.000
±	0.2	0.2	0.2	0.03	0.007	0.006	0.007

table.2: Transformation parameters at epoch 2015.0 and their rates from ITRF2020 to ITRF2014 (ITRF2014 minus ITRF2020)

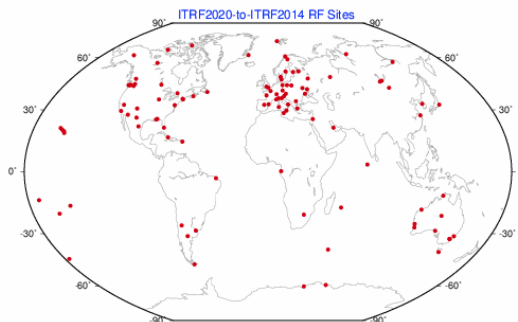


Figura 23: Parámetros de transformación del ITRF2020 al ITRF2014

Fuente: <https://itrf.ign.fr/en/solutions/itrf2020>

2.7 Estabilidad de las coordenadas oficiales SIRGAS Ecuador, en el transcurso de los últimos 30 años

Está claro que las coordenadas oficiales pierden su consistencia, y el nivel de incertidumbre aumenta con el transcurso del tiempo. Los efectos inducidos por la cinemática de placas tectónicas, actividad volcánica, sismos, movimiento de fallas, deformación local, cambio de equipos (antenas GPS), etc.; contribuyen directamente en la variabilidad de las coordenadas y por ende de las distancias medidas en el terreno.

La evolución del ITRF, en sus diferentes realizaciones, también genera diferencias en las coordenadas (<https://itrf.ign.fr/en/solutions/ITRF2020>), generando un salto en las series de tiempo de las estaciones.

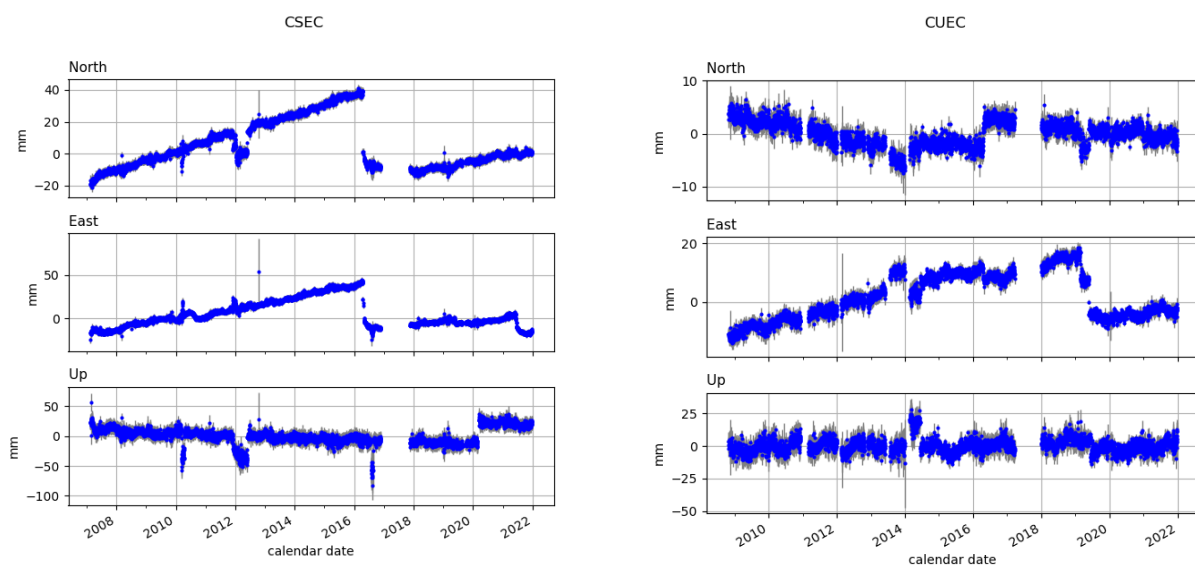


Figura 24: Serie de tiempo estaciones permanentes Chispas-CSEC (Pedernales), Cuenca-CUEC

Para estimar la estabilidad de las coordenadas oficiales en los últimos 30 años, a partir de la época 1995.4 hasta la época 2021.8, tomamos las coordenadas obtenidas de los ajustes realizados en los diferentes ITRF y épocas de referencia del Ecuador. Este análisis permite obtener una aproximación del movimiento para entender la evolución de las coordenadas en el tiempo.

2.7.1 ITRF94, época de referencia 1995.4; respecto al ITRF08, época 2012.0

El primer análisis comprende la fase Intersísmica, a partir de la primera campaña RENAGE en 1994 y se extiende hasta el año 2012:

$$\text{Período } (t_0-t_1) \text{ 2012.0-1995.4} = 16.6 \text{ años}$$

De acuerdo al Reporte 73 (Urbina et al, 2000), los resultados del procesamiento de la campaña RENAGE 1994, tienen una discrepancia de 3 – 5 cm en la componente horizontal. Nuestro cálculo, sin embargo, estima una variación promedio de ~21 cm, en 16 años.

	Vector XY (m)
MIN	0.111
MAX	0.367
MEDIA	0.210

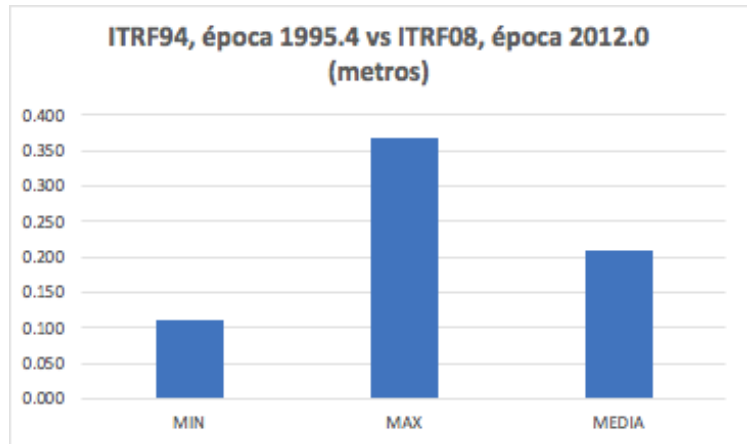


Tabla No. 15: Variabilidad de las coordenadas en 16.6 años.

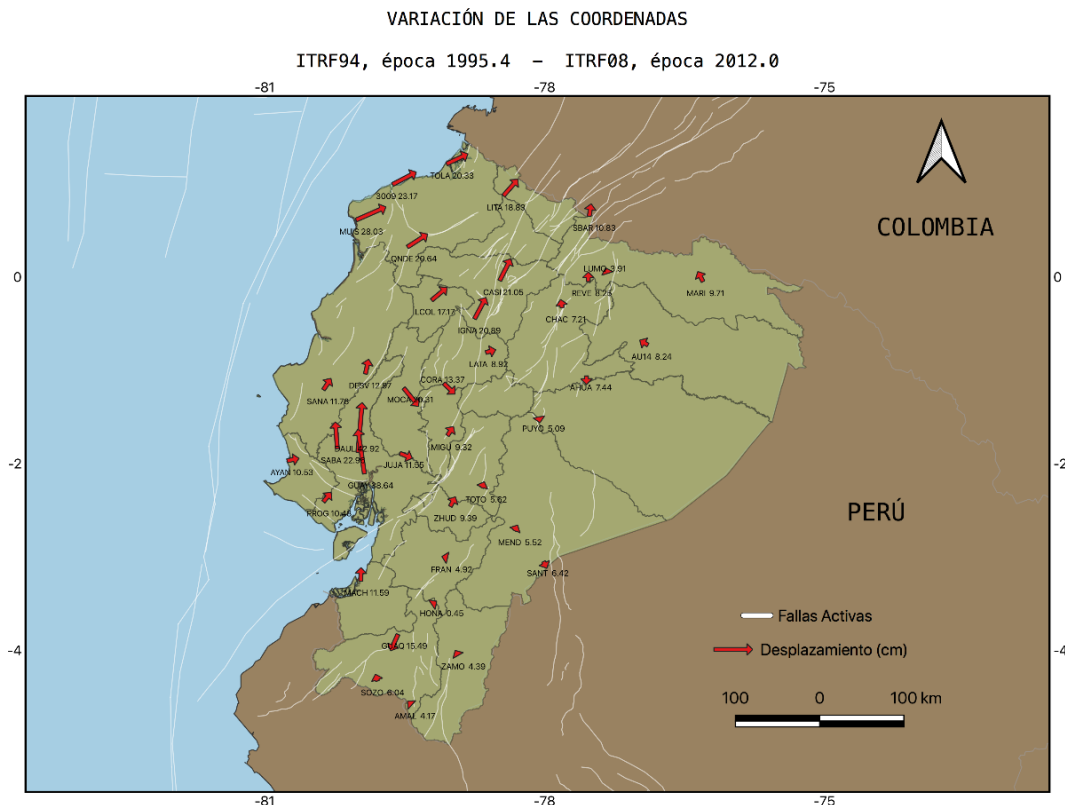


Figura 25: Mapa de variabilidad de las coordenadas 16.6 años

La Figura 25, muestra el desplazamiento de las coordenadas entre la época 1995.4 y 2012.0, estimadas en dos marcos de referencia, ITRF94 e ITRF2008 respectivamente.

Para esta comparación, se utilizó puntos comunes de la RENAGE. Se observa que la zona oriental, asentada a lo largo de la amazonía, que se extiende en sentido NE – SE, tiene una variabilidad de coordenadas, en el orden de ~5 a ~7 cm en 16 años, lo que concuerda con la baja tasa de deformación estimada por el modelamiento de los procesos geofísicos en ésta zona del país.

A lo largo de la zona costera, observamos un patrón de variación sistemático, con un movimiento en el orden de ~20 a ~30 cm, dirección NE, compatible con la traslación del bloque norandino, propuesto por varios estudios (Noquet 2014, Jarrin 2021).

A pesar de tener pocos puntos comunes en el valle Interandino, se estima un desplazamiento de las coordenadas, en el orden de ~8 a ~11 cm, igualmente compatible con el movimiento rígido de un micro bloque y la presencia de deformación interna de la zona, como lo propone (Jarrin et al. 2023).

Alrededor del golfo de Guayaquil, el patrón de movimiento es aleatorio y sistemático, no se observa un claro comportamiento que explique el desplazamiento de las coordenadas. Tal movimiento podría estar relacionado con procesos de deformación local.

Finalmente, en términos generales, la variabilidad de las coordenadas en 16 años, a lo largo del país, es compatible con la etapa intersísmica, considerando que no han existido grandes terremotos que induzcan cambios bruscos en las coordenadas.

2.7.2 ITRF94, época de referencia 1995.4; respecto al ITRF14/ITRF20, época 2021.8

El segundo análisis comprende la fase Post-sísmica, a partir de la primera campaña RENAGE 1994 y se extiende hasta la última campaña del año 2021:

$$\text{Periodo } (t_0-t_1) \text{ 2021.8-1995.4} = 26.4 \text{ años}$$

En el transcurso del tiempo, el ITRF tuvo varias realizaciones y las coordenadas oficiales del Ecuador se actualizaron a partir del ITRF94, ITRF2008, ITRF2014 y la nueva realización ITRF2020. De acuerdo al Report73 (Tremel H., 2000) los resultados del procesamiento de la campaña RENAGE 1994, tienen una discrepancia de ~3 y ~5 cm en la componente horizontal, Sin embargo, nuestra estimación sugiere una variación promedio de ~34 cm y una variación superior al metro como valores máximos, en 26 años.

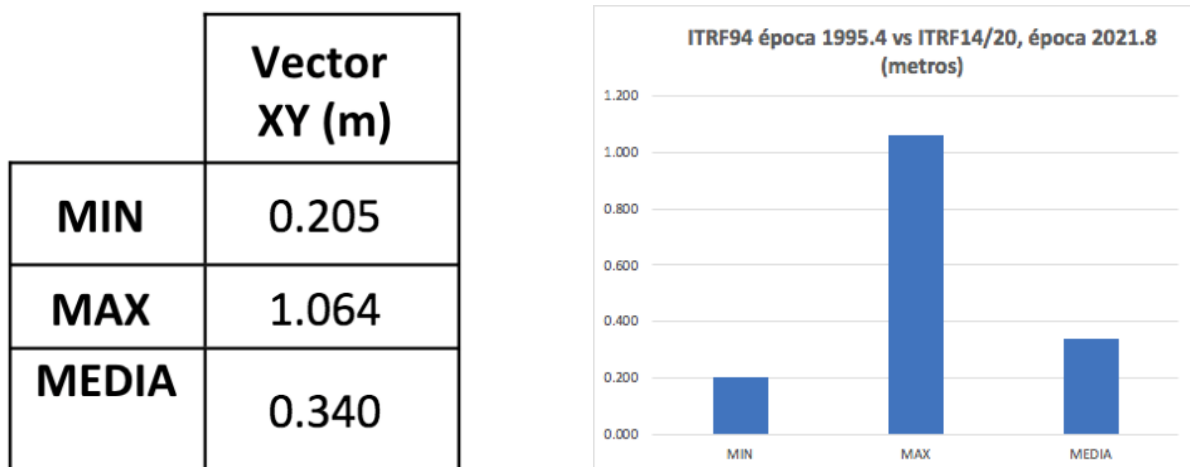


Figura 25: Mapa de variabilidad de las coordenadas 16.6 años

VARIACIÓN DE LAS COORDENADAS

ITRF94, época 1995.4 – ITRF14 / ITRF20, época 2021.8

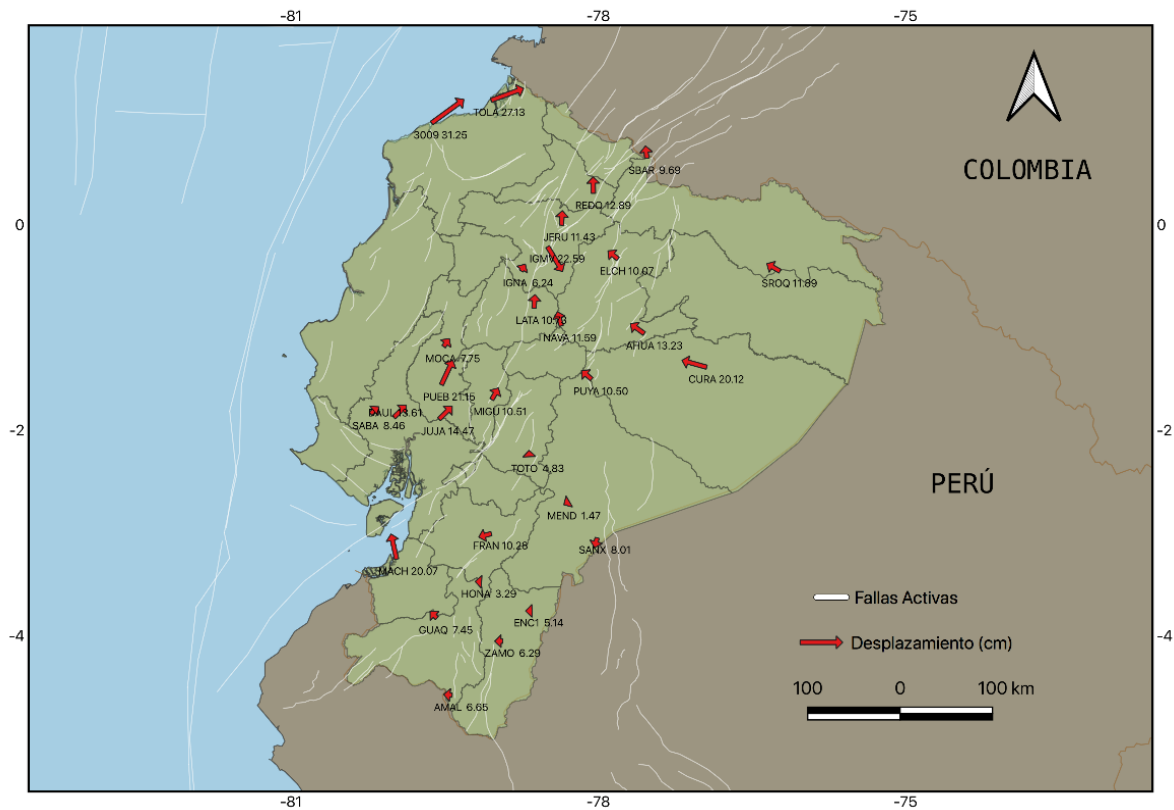


Figura 26: Mapa de variabilidad de las coordenadas 26.4 años

En el mapa de la Figura 26, vemos el desplazamiento de las coordenadas entre la época 1995.4 y 2021.8, estimadas en tres marcos de referencia, ITRF94, ITRF2014, ITRF2020. Adicionalmente, existe la contribución del terremoto de Pedernales 7.8 Mw del 16 abril de 2016, cuyo efecto post-sísmico, aún se encuentra presente.

En la zona oriental, la variabilidad de coordenadas es del orden de ~5 a ~12 cm en 26 años, lo cual responde a los procesos geofísicos que establecen una baja deformación en ésta zona del país.

Se observa el punto Curaray – CURA, con una considerable variación de ~20cm, lo cual se atribuye a procesos relacionados con la componente hidrológica del lugar y un posible outlier que sesga la variabilidad en el sector.

En la zona costera, observamos principalmente la fase intersísmica y la contribución del efecto post-sísmico del terremoto de Pedernales (Nocquet et al, 2016), con una variabilidad de las coordenadas en el orden de ~8 a ~40 cm, dirección NE, compatible con la traslación del bloque norandino, propuesto por varios estudios (Noquet 2014, Jarrin 2021).

Se observa el sitio San Ignacio – IGNA, con un patron aleatorio y sistemático. Este sitio no muestra un claro comportamiento que explique el desplazamiento de las coordenadas. Se atribuye, no obstante, a procesos de deformación local, principalmente a la ubicación en la cordillera entre Santo Domingo de los Colorados y Quito.

En el valle Interandino se estima un desplazamiento de las coordenadas, en el orden de ~5 a ~12 cm, compatible con el movimiento rígido del bloque, la deformación interna de la zona, y los procesos asociados con la actividad volcánica de la cordillera de los Andes; como lo propone (Jarrin, 2021).

La variabilidad de las coordenadas en 26 años a nivel nacional, es compatible con la etapa intersísmica, los efectos post-sísmicos del terremoto de Pedernales, y adicionalmente, los saltos producidos por la actualización de las realizaciones del ITRF.

2.7.3 ITRF08, época referencia 2016.4; respecto al ITRF14/ITRF2020, época 2021.8

Posterior al terremoto de Pedernales, se ejecutó el procesamiento de 31 estaciones permanentes de la REGME y se obtuvo una solución estabilizada al ITRF08, época 2016.4, con una incertidumbre de 2 mm en la componente horizontal y 4 mm en la componente vertical. Seguimos la metodología propuesta por (Cisneros & Nocquet, 2019) y analizamos la variabilidad, a partir de las coordenadas post-sísmicas y la evolución en los últimos 5 años, hasta la campaña del 2021:

Período (t0-t1) 2016.4- 2021.8 = 5.4 años

En la Tabla 17, se presenta la variabilidad estadística de las coordenadas en los últimos 5 años a nivel nacional.

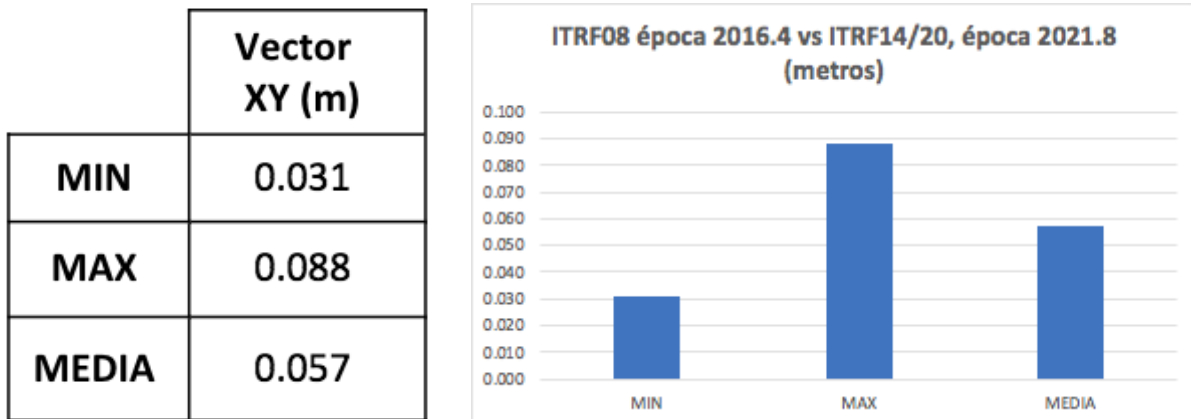


Tabla 17: Variabilidad de las coordenadas en 5.4 años.

2.7.4 ITRF 2014, respecto al ITRF 2020, época de referencia 2021.8

El último análisis, corresponde a las coordenadas obtenidas a partir de la campaña RENAGE+REGME del año 2021. Para esto se obtuvo una solución acumulada y estabilizada al ITRF2014 y otra al ITRF2020; ambas en la época de referencia 2021.8. Por tal razón, las diferencias obtenidas, muestran la variación del ITRF, conforme a la siguiente tabla 18:

DIFERENCIAS ITRF2020 - ITRF2014			
ÉPOCA 2021.8			
dX (mm)	dY (mm)	dZ (mm)	
-3.430	-4.770	-3.070	MIN
3.350	1.290	1.160	MAX
-0.386	-3.261	-1.873	MEDIA
0.689	0.821	0.519	DESVEST

Tabla 18: Variación de coordenadas entre ITRF2014, ITRF2020

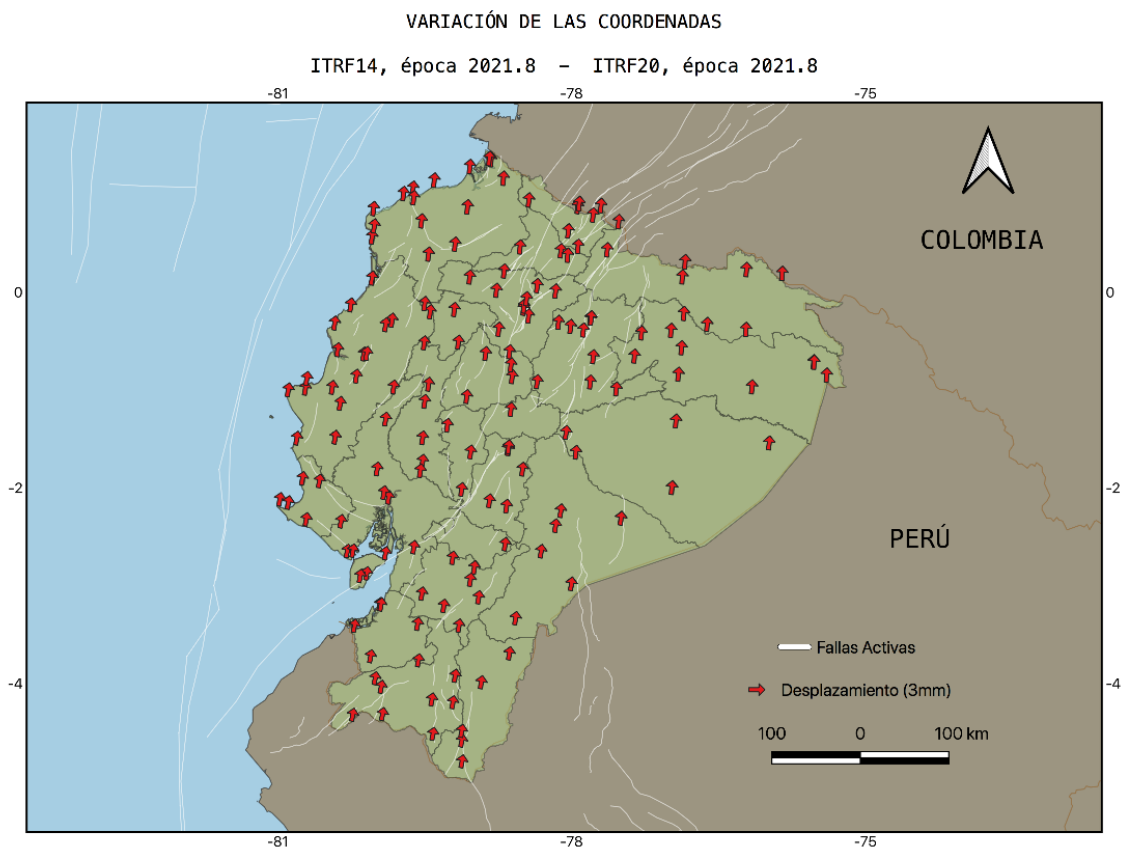


Figura 28: Mapa de variación de coordenadas ITRF2014/ITRF2020

En la Figura 28, se observa un promedio de variación de las coordenadas en el orden de ~ 3 mm. Los vectores muestran un desplazamiento en sentido NE, conforme a la cinemática del ITRF, en dirección al Polo de Euler, que actúa como un pivote.

La magnitud de la variación de las coordenadas está en el orden de los milímetros, puesto que la diferencia de épocas es igual a (0.00) cero. Adicionalmente, la estimación de los parámetros de transformación entre el ITRF2014 e ITRF2020, presenta la rotación de los ejes XYZ igual a cero (0.000 mas), mientras que la traslación se encuentra en el orden de 1 mm. Eso explica la diferencia promedio obtenida en las coordenadas y concuerda con los resultados finales.

3.- Estimación de Velocidades

CAMPO DE VELOCIDADES DEL ECUADOR VEC_EC, OBTENIDO A TRAVÉS DE DATOS DE LA RED GNSS DE MONITOREO CONTINUO REGME, DURANTE LOS ÚLTIMOS 5 AÑOS (2020 – 2025)

En términos generales, se estima que el tiempo de vida útil de un Marco Geodésico de Referencia Nacional, es de aproximadamente 10 a 15 años, siempre y cuando no exista un evento geofísico de gran magnitud que afecte su consistencia de manera prematura.

Un Marco de Referencia Geodésico Dinámico es un sistema que define coordenadas tridimensionales para puntos en la Tierra, considerando el movimiento y deformación de la corteza terrestre, como la tectónica de placas y otros efectos geodinámicos, para mantener la precisión y consistencia a lo largo del tiempo, actualizando las posiciones de las estaciones GNSS con el tiempo (épocas t_0) por medio de la estimación de velocidades V_x , V_y , V_z ; para reflejar los cambios reales de la Tierra y su incidencia sobre las coordenadas oficiales.

El mantenimiento del marco de referencia SIRGAS-Ecuador incluye, por lo tanto, aparte de la conservación física del monumento (redes activas y pasivas), la evolución en el tiempo de las coordenadas por medio del traslado desde la época de referencia a la época de observación. Las velocidades V_x , V_y , V_z que se aplican en este cálculo deben tomarse del nuevo Campo de Velocidades del Ecuador obtenidas a través de mediciones GNSS repetitivas a lo largo de los últimos 5 años.

Un campo de velocidad busca conseguir la máxima precisión con observaciones GPS repetidas y no la conversión por métodos de interpolación. Aquellos puntos cuyas velocidades no han sido derivadas de ocupaciones GPS repetidas en diferentes épocas de tiempo, sino obtenidas a partir de un modelo de interpolación, no deben usarse como puntos de referencia.

3.1 Descripción del set de datos usados en el proyecto

La precisión obtenida al calcular un campo de velocidad depende no solo de la estrategia de procesamiento aplicada para el cálculo; también influye la calidad de las observaciones GNSS, la duración de cada una de ellas (es importante contar con mediciones GPS de larga duración) y la cantidad de mediciones repetidas de un mismo punto obtenidas en épocas diferentes de tiempo. Para garantizar la mayor cantidad posible de puntos cuyas medidas GPS sean redundantes en el transcurso del tiempo, se tomó como margen de partida los datos de 44 estaciones continentales y 2 estaciones insulares de la Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador REGME, disponibles a partir del año 2020 hasta el año 2025 (5 años de datos GNSS).

El Filtro de Kalman toma la primera época de medida t_1 y la asocia con la segunda época de medida t_2 , obteniendo la primera solución acumulada SA1, a continuación, toma esta primera solución acumulada SA1 y la asocia con la tercera época de medida t_3 , obteniendo la segunda solución acumulada SA2 y continua el mismo proceso acumulando progresivamente coordenadas y velocidades de todas las épocas de medida t_n ; hasta llegar a obtener una solución acumulativa final SAF.

En cada solución acumulativa, el Filtro de Kalman realiza el cálculo de mínimos cuadrados verificando un nivel de acuerdo y filtra únicamente las soluciones que mantienen un valor X^2 aceptable ($X^2 < 1$; el valor óptimo es igual a 0.7), garantizando de esta manera una solución acumulada final, con un nivel de precisión fiable.

Esta solución acumulada final, posee las coordenadas y velocidades de los sitios (dirección y magnitud) a lo largo de los últimos 5 años de mediciones GPS. Esta solución se encuentra libre en el espacio (en un lugar cuyos ejes son totalmente desconocidos) por tal razón es necesario estabilizarla dentro de un Marco de Referencia definido, el cual tiene un origen, velocidades y posiciones conocidas (parámetros calculados por el ITRF).

En esta etapa, analizamos los saltos que aparecen en las series temporales. Mediante el “Ruido de Markov”, evaluamos la correlación temporal de un sitio en el transcurso de varios días de observación GPS (evalúa el cambio de la coordenada de un sitio en el transcurso de varios días de observación). Esta etapa es importante para obtener al final desviaciones estándar que reflejen el nivel de precisión de las velocidades. Es importante también atribuir un “peso realista” a cada observación incluida en el cálculo de la solución final.

Para estabilizar la Solución Acumulada, asumimos el modelo de transformación de Helmert: 3 Rotaciones (R), 3 Traslaciones (T), 1 Factor de Escala (D) y sus respectivas tasas de variación (rates R1, R2, R3, T1, T2, T3 y D) con respecto al ITRF.

Estos parámetros son usados para estabilizar la Solución Acumulada (libre) dentro de un Marco de Referencia Global (por ejemplo, ITRF2020), por tal razón la solución acumulada está referida a un ITRF y una época de referencia definida.

En geodesia, este procedimiento se define generalmente como “Estabilización”, pero es más conocido como “Marco de Referencia”. Por lo tanto, nuestra solución está bien definida dentro de un marco de referencia mundial, por lo que podemos utilizarlo para evaluar y obtener con precisión las velocidades de las estaciones GNSS y definir un marco de referencia muy estable.

3.3 Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC 2025

Bajo estas consideraciones importantes y resumiendo el proceso descrito en los párrafos anteriores, se presenta a continuación el CAMPO DE VELOCIDADES DEL ECUADOR VEC_EC, obtenido a través de datos GNSS de los últimos 5 años (2020-2025), para 44 estaciones REGME del territorio continental y 2 estaciones insulares. Las velocidades están expresadas con respecto al Marco de Referencia Global y corresponde con la realización ITRF2020.



Las Velocidades estimadas para las componentes horizontales, están determinadas al nivel de 1-2 mm/año y las velocidades verticales 5 mm/año, en el Anexo 4 se presentan las velocidades obtenidas para un total de 46 estaciones REGME.

Si el Campo de Velocidad VEC_EC 2025 es utilizado, la referencia bibliográfica correspondiente es:

Cisneros, D., Nocquet, JM., Jarrín, P. (2025). CAMPO DE VELOCIDADES DEL ECUADOR VEC_EC, obtenido a través de datos GNSS de 46 estaciones REGME, de los últimos 5 años (2020-2025).

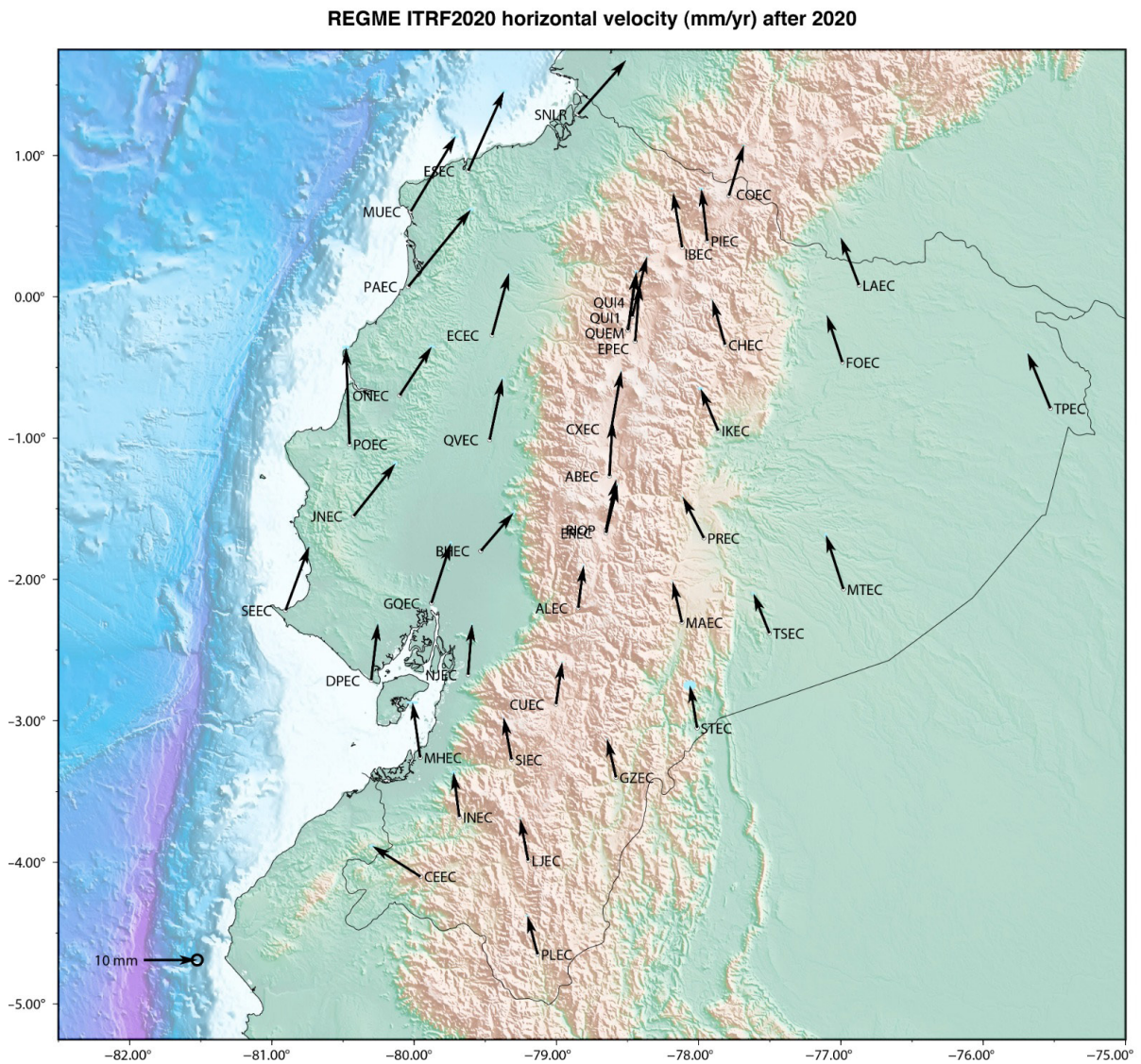


Figura 30: CAMPO DE VELOCIDADES VEC_EC 2025
VELOCIDAD HORIZONTAL
TERRITORIO ECUATORIANO CONTINENTAL
PLACA TECTÓNICA SUDAMERICANA, ZONA 17 - 18

REGME ITRF2020 vertical velocity (mm/yr) after 2020

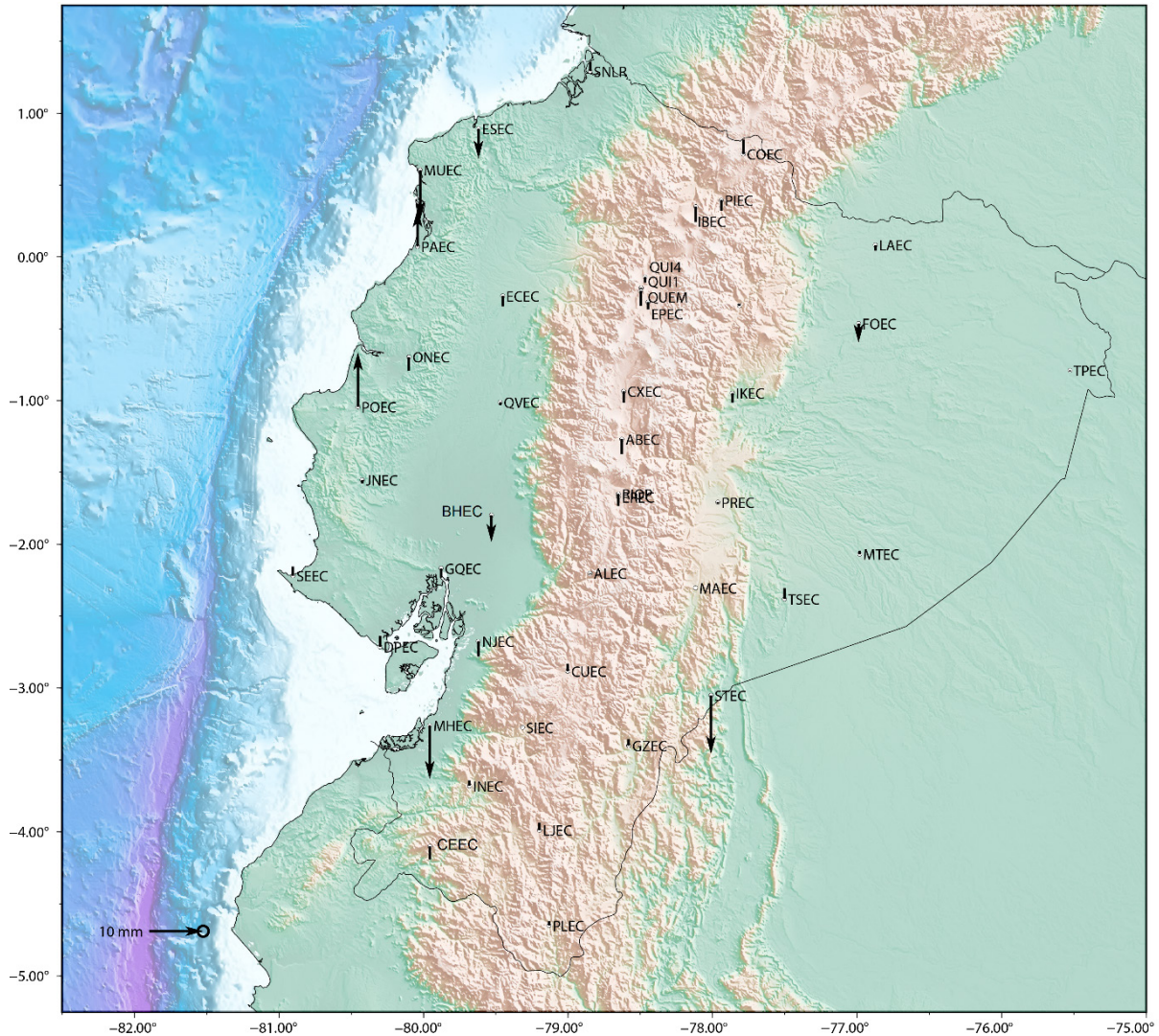


Figura 31: CAMPO DE VELOCIDADES VEC_EC 2025
VELOCIDAD VERTICAL
TERRITORIO ECUATORIANO CONTINENTAL
PLACA TECTÓNICA SUDAMERICANA, ZONA 17 - 18

3.4 Interpolación de velocidades a partir de 44 estaciones GNSS del IGM Ecuador, REGME continental.

Con la finalidad de modelar y estimar estadísticamente una interpolación preliminar del campo de velocidad, utilizamos las velocidades de 44 estaciones REGME distribuidas en el territorio continental. Usamos Kriging como técnica Geoestadística ampliamente empleada para estimar valores de una variable espacial continua a partir de observaciones discretas, incorporando explícitamente la estructura de correlación espacial de los datos (Goovaerts, 1997) (Cressie, 1993). En estudios geodésicos y geodinámicos, este método resulta particularmente apropiado para el modelado de campos de velocidad derivados de observaciones GNSS, dado que dichas velocidades reflejan procesos físicos continuos asociados a la deformación de la corteza terrestre (Blewitt G et al., 2018).

En el Ecuador, el Instituto Geográfico Militar opera y mantiene la Red GNSS de Monitoreo Continuo REGME, cuyas observaciones permiten estimar series temporales de alta precisión para las componentes norte, este y vertical. A partir del análisis y procesamiento de estas observaciones, es posible estimar vectores de velocidad geodésica que describen el movimiento relativo de la superficie terrestre en distintas regiones del país, referidos a un marco de referencia geocéntrico compatible con SIRGAS (Altamimi, Z., Sánchez, L., & SIRGAS Working Group, 2018) (Sánchez L et al, 2016). No obstante, la distribución espacial de las estaciones GNSS del IGM cada 50 Km., no es completamente homogénea, lo que hace necesario el uso de técnicas de interpolación espacial para obtener una representación continua del campo de velocidades a nivel nacional. Recomendamos aumentar la muestra de puntos para una mejor interpolación de velocidades, por ejemplo, obtener velocidades para 140 vértices RENAGE con mayor densidad a nivel nacional; por tal razón es una estimación preliminar.

El método Kriging se fundamenta en el análisis del variograma, el cual describe la dependencia espacial entre las velocidades observadas en las estaciones GNSS del IGM en función de la distancia que las separa (Cressie, 1993; Kitanidis, 1997). El variograma experimental se calcula a partir de las diferencias cuadráticas entre las componentes de velocidad estimadas en pares de estaciones, y posteriormente se ajusta un modelo teórico (esférico, exponencial o gaussiano) que caracteriza el comportamiento espacial del campo de velocidades geodésicas en el territorio ecuatoriano. Los parámetros del variograma, tales como el alcance, la meseta y el efecto pepita, permiten cuantificar la escala de correlación espacial y la variabilidad, asociada tanto a errores de medición como a procesos locales no modelados (Goovaerts, 1997).

Una vez definido el modelo de variograma, Kriging permite estimar las componentes de velocidad geodésica en ubicaciones donde no existen estaciones GNSS, mediante una combinación lineal ponderada de las observaciones disponibles de la red GNSS del IGM. Los pesos asignados a cada estación se obtienen resolviendo un sistema de ecuaciones que garantiza estimaciones insesgadas y de varianza mínima, considerando la estructura de correlación espacial previamente modelada (Kitanidis, 1997). Este enfoque ha demostrado ser eficaz para la interpolación de velocidades GNSS y la generación de campos cinemáticos continuos en distintos contextos geodinámicos; función de la densidad y distribución de las estaciones GNSS (Le Hénaff, 2015). La aplicación del método Kriging al campo de velocidades geodésicas derivado de las estaciones GNSS del IGM Ecuador, permite generar superficies continuas de velocidad horizontal y vertical, que describen de manera coherente los patrones de deformación cortical asociados a la convergencia entre la placa Nazca y la placa Sudamericana, así como a la deformación interna del margen andino (Nocquet JM et al., 2014) (Alvarado et al., 2016). Estas superficies interpoladas constituyen un insumo fundamental para el análisis de la cinemática regional, la identificación de zonas con gradientes elevados de deformación y la integración de la información GNSS nacional en estudios geodinámicos y geofísicos de mayor escala.

En síntesis, el uso del método Kriging sobre las velocidades estimadas a partir de 44 estaciones GNSS del IGM Ecuador (REGME continental), referidas al marco SIRGAS, permite modelar de manera rigurosa y estadísticamente consistente el campo de velocidad geodésico a nivel nacional. Este enfoque aprovecha la correlación espacial inherente a los datos GNSS existentes y proporciona, junto con las estimaciones, una cuantificación explícita de la incertidumbre asociada, lo que resulta esencial para aplicaciones científicas y técnicas en el ámbito de la geodesia y la geodinámica regional (Altamimi et al., 2018).

Los resultados de la interpolación permiten visualizar, el comportamiento (preliminar) de las velocidades estimadas a nivel nacional por medio de 44 estaciones REGME, cuyas componentes horizontales Este y Norte, se muestra en las Figuras 32 y 33, respectivamente.

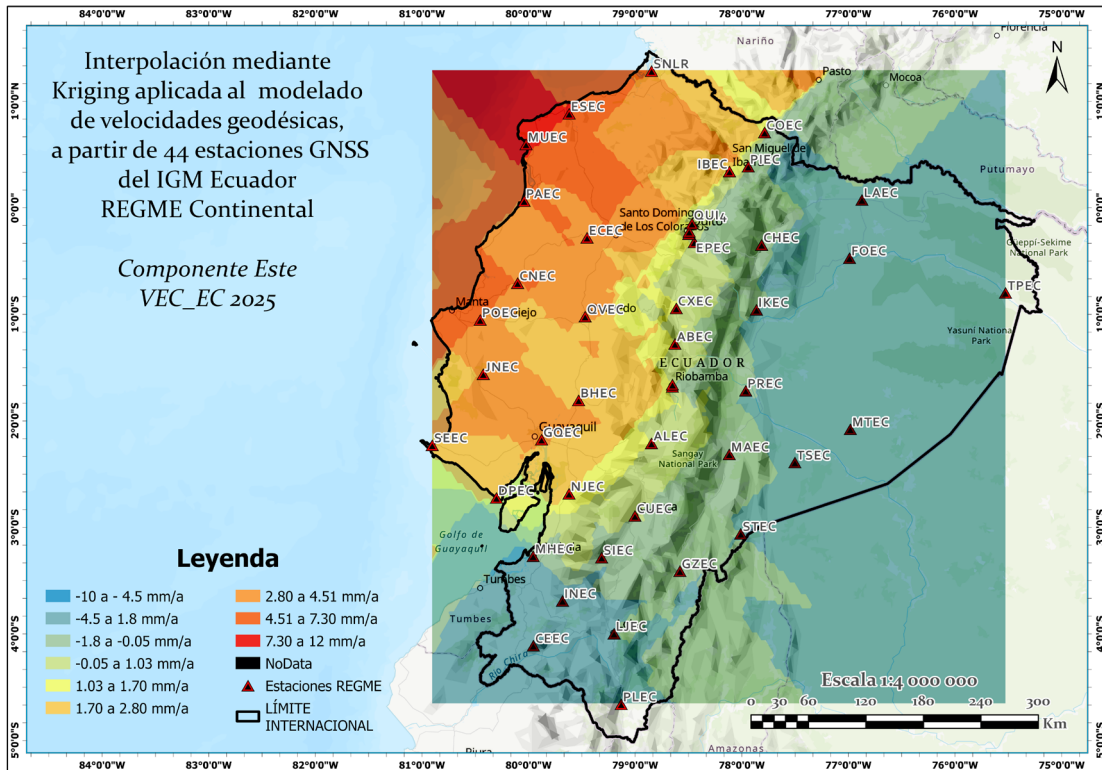


Figura 32: Interpolación velocidad componente Este, mediante Kriging

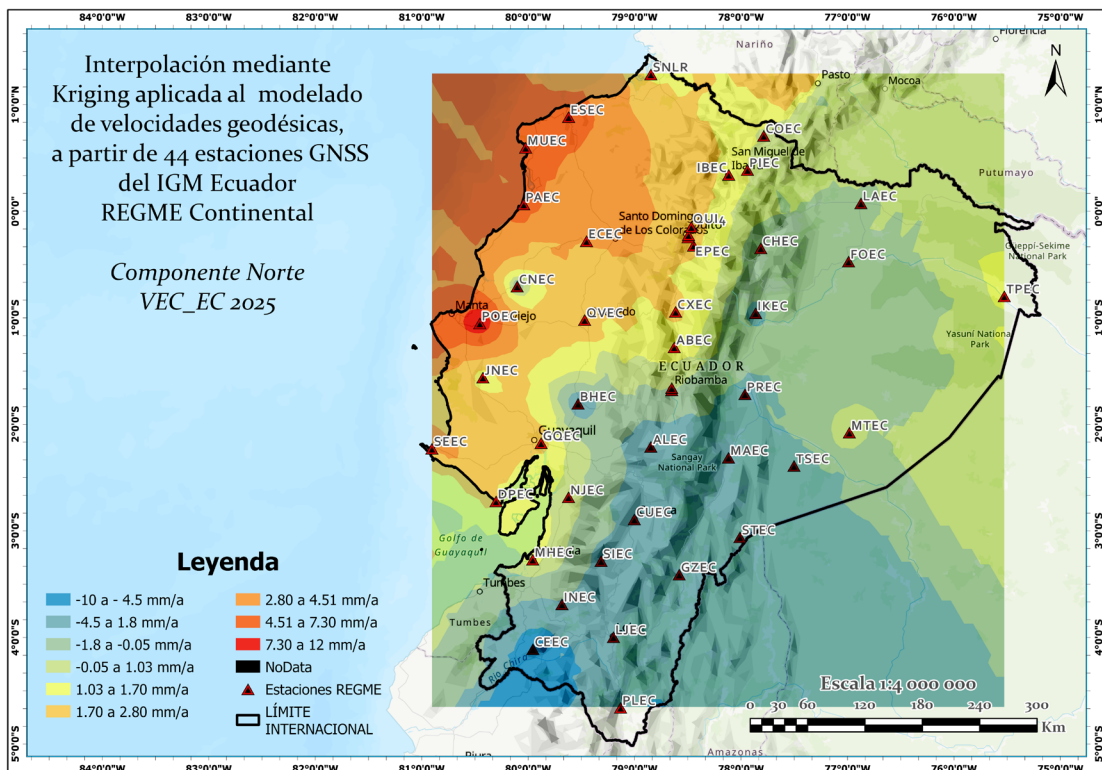


Figura 33: Interpolación velocidad componente Norte, mediante Kriging

3.5 Procedimiento para transformar coordenadas, utilizando el Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC 2025

El Procesamiento Preciso de Datos (GNSS), requiere que las coordenadas de las estaciones de referencia (es decir las estaciones usadas para evaluar la transformación al marco de referencia), estén dadas en la misma época en que se ejecuta la campaña de medición GNSS en campo; y que estén asociadas al mismo marco de referencia de las órbitas satelitales, vigente a la época en la cual se desarrollaron las medidas GNSS.

3.5.1 Procedimiento para transformar coordenadas ITRF y época anterior; hacia el ITRF y época vigente:

1. Las coordenadas de los puntos base se deben transformar del ITRF anterior al ITRF vigente, al cual se refieren las efemérides satelitales; por medio de la aplicación de parámetros de transformación entre ITRFs. Los parámetros se encuentran disponibles en la página oficial del ITRF: <https://itrf.ign.fr/en/solutions/transformations> (IGN/LAREG, 2025). Para la transformación tridimensional se utiliza el método de Transformación de 7 Parámetros de Helmert, el cual permite la transformación de un sistema de tres ejes X, Y, Z y un factor de escala (ITRF anterior); a otro sistema tridimensional con otra terna de ejes en distinta posición en el espacio y con otro factor de escala diferente (ITRF vigente).

2. Traslado de las coordenadas base, desde la época de referencia anterior, a la época de observación presente. Específicamente, las coordenadas asociadas a la época anterior deben trasladarse al día en que se hace el levantamiento GNSS; por ejemplo, el día 23 de octubre de 2021 equivale a la época 2021.8. Para el cálculo de la época, basta dividir el día del año GPS DOY para 365.

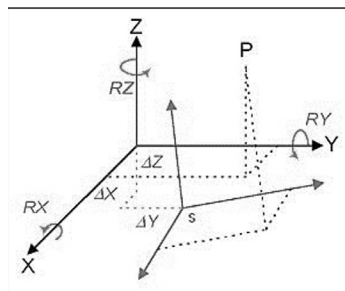


Figura 34: Transformación de semejanza tridimensional

Para el traslado de coordenadas es mandatorio contar con las tres componentes de velocidad calculadas tanto para X, Y, Z; mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} X(t) &= X(t_0) + (t - t_0) * V_x \\ Y(t) &= Y(t_0) + (t - t_0) * V_y \\ Z(t) &= Z(t_0) + (t - t_0) * V_z \end{aligned}$$

siendo X(t), Y(t), Z(t) las coordenadas en la época deseada, X(t₀), Y(t₀), Z(t₀) las coordenadas en la época de referencia, (t - t₀) el intervalo de tiempo transcurrido entre la realización del sistema de referencia y el levantamiento GNSS y V_x, V_y, V_z las velocidades de la estación de referencia.

3. Las velocidades V_x , V_y , V_z de las estaciones de referencia deben obtenerse preferiblemente del análisis de posicionamientos GNSS repetitivos que cubran un intervalo mínimo de tiempo de cinco años. Se recomienda usar el Campo de Velocidades del Ecuador VEC_EC 2025, obtenido mediante el análisis de datos GPS de los años 2020 al 2025.

Nota técnica: se garantiza la precisión, dirección y magnitud de las velocidades del VEC_EC 2025, a partir del año 2020; fase post-sísmica 5 años después del terremoto de Pedernales.

4. Una vez las coordenadas de referencia de las estaciones Base se encuentran en la época de observación actual, se ejecuta el procesamiento de los puntos GNSS nuevos obteniendo las coordenadas referidas al ITRF y época de referencia vigente.

3.5.2 Procedimiento para transformar coordenadas ITRF y época vigente; hacia el ITRF y época anterior:

1. Para expresar las coordenadas de los puntos nuevos en la época del Sistema de Referencia oficial, se trasladan las coordenadas de los puntos nuevos desde la época de observación vigente; a la época de referencia oficial (2021.8). Este proceso sigue el mismo enfoque descrito en el ítem 2 de la sección precedente, por medio de la aplicación de las velocidades del VEC_EC 2025 y el tiempo transcurrido entre las dos épocas (considerando la variación de los signos).

2. Para todos los casos, las coordenadas de los puntos nuevos deben almacenarse junto con los valores de velocidad utilizados para trasladar a la época de referencia y estas mismas velocidades deben aplicarse para llevar las coordenadas hacia adelante cuando los puntos nuevos sirvan de base en levantamientos GNSS posteriores. Aquellos puntos cuyas velocidades no han sido derivadas de diferentes ocupaciones GNSS (o de operación continua), sino interpoladas a partir de modelos, no pueden clasificarse como estación de referencia.

Es importante mencionar que un Campo de Velocidad busca conseguir la máxima precisión con observaciones GPS repetidas en varias épocas de tiempo; y no la conversión por métodos de interpolación.

Con el transcurso del tiempo, para mantener la consistencia interna de la red, las coordenadas de las estaciones terrestres que materializan la REGME, se deben trasladar a la época actual de observación para garantizar la compatibilidad entre el segmento espacial, el segmento de control y las mediciones realizadas por el usuario del sistema GNSS. Este procedimiento, garantiza el correcto enlace de las Redes GPS locales y puntos de precisión, al nuevo Marco de Referencia Geocéntrico SIRGAS-ECUADOR.

3.6 Categorización de la Red Geodésica Nacional

La categorización de las redes geodésicas se basa principalmente en la exactitud posicional de sus puntos y la distancia que existe entre ellos. Esta jerarquía permite densificar el control geodésico de un país, partiendo de puntos de máxima precisión hacia otros más cercanos para fines locales.

A continuación, se detalla la clasificación estándar según el orden de importancia y precisión:

1. Red de Orden Cero

La Red del Servicio GNSS Internacional IGS, se considera como la red de “Orden Cero” debido a su jerarquía, precisión y función técnica dentro de la geodesia moderna, puesto que representa el nivel más alto de precisión posible. Es el componente fundamental para la materialización del Marco de Referencia Terrestre Internacional y la generación de los productos de alta precisión como órbitas precisas de los satélites (efemérides), parámetros de rotación terrestre, correcciones de reloj, entre otros.

SIRGAS-CON es la realización y densificación regional del Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF) en las Américas. Esto significa que extiende la precisión del marco global de IGS a una escala continental. Las demás redes oficiales se densifican a partir de la red del IGS.

2. Red de Primer Orden

La Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador REGME (Red Activa), es la realización y densificación local del Marco de Referencia Terrestre Internacional, está constituida principalmente por estaciones CORS de operación continua. Es la principal infraestructura geodésica activa, que sustenta la base del marco geodésico nacional. Proporciona la mayor exactitud posible y sirve de apoyo a las redes de órdenes inferiores.

Uso: Definición de marcos de referencia nacionales, densificación de redes GPS locales, proyectos de ingeniería de alta precisión, cartografía, catastro y estudios de geodinámica, entre otros.

2. Red de Segundo Orden

La Red Nacional GPS del Ecuador RENAGE (Red Pasiva), es una densificación de la red de primer orden. Sus vértices están materializados por medio de mojones de concreto a nivel nacional y se alinean directamente a los vértices de primer orden.

Uso: Apoyo para proyectos de topografía, ingeniería, infraestructura, entre otros.



Figura 35: Categorización Red Geodésica Nacional

4.- Resultados

El principal resultado del trabajo, constituyen las nuevas coordenadas obtenidas para 43 estaciones REGME y 140 sitios RENAGE, con una incertidumbre horizontal de ~ 2 mm y vertical de ~ 4 mm. En Geodesia, este procedimiento se define generalmente como “Estabilización”, también conocido como “Marco de Referencia”. Por lo tanto, ofrecemos dos soluciones combinadas, bien definidas y alineadas dentro del marco de referencia global.

En el Anexo 1 – Red Activa REGME y Anexo 2 – Red Pasiva RENAGE, se presenta el elenco de coordenadas ITRF2020, se adopta como época de referencia del marco, la última semana de la combinación y el último día de la campaña, es decir la siguiente realización:

- Marco de Referencia: SIRGAS – ECUADOR
- ITRF2020 (nueva realización vigente del ITRF)
- Elipsoide de Referencia: GRS80
- Época de Referencia de las coordenadas: 2021.8
- Descripción de la época de referencia: 2021-10-23
- GPS WEEK 2180
- DOY 296 (día final de la campaña, último día de la combinación de la solución acumulada).

En el Anexo 3, se presenta la ubicación geográfica de los puntos de la red pasiva RENAGE, y estaciones de la red activa REGME, que conforman la nueva infraestructura de Georreferencia Oficial, a nivel nacional SIRGAS-ECUADOR.

El nuevo Campo de Velocidad del Ecuador VEC_EC, se obtuvo a partir de datos GNSS de los últimos 5 años (2020-2025), para 44 estaciones REGME del territorio continental y 2 estaciones insulares. Las Velocidades estimadas para las componentes horizontales, están determinadas al nivel de 1-2 mm/año y las velocidades verticales 5 mm/año. Todas ellas están expresadas con respecto al Marco de Referencia Global y corresponde con la realización ITRF2020. En el Anexo 4, se presenta las componentes X, Y, Z del Campo de Velocidad.

El Anexo 5, presenta el Mapa del Campo de Velocidad VEC_EC 2025, para la componente Horizontal y Vertical.

En el Anexo 6, se muestra un resumen de las series de tiempo con las estaciones permanentes REGME. Para la generación de las series de tiempo y análisis complementarios, se ejecutó el procesamiento de todos los datos históricos de la REGME a partir del año 2007 hasta el año 2025.

El Anexo 7, contiene el Informe de Validación DCAR-INF-2025-0550 que presenta la Comisión Técnica para la Adopción del Marco de Referencia ITRF2020, época 2021.8.

El Anexo 8, presenta las monografías de 140 puntos de la RENAGE y 43 estaciones de la REGME.

5.- Conclusiones

- En términos generales, se estima que el tiempo de vida útil de un Marco Geodésico de Referencia Nacional, es de aproximadamente 10 a 15 años, siempre y cuando no exista un evento geofísico de gran magnitud que afecte su consistencia de manera prematura.
- A partir de los datos GNSS obtenidos de la campaña 2021, se realizó el análisis, procesamiento y ajuste de la información, de 141 sitios de la red pasiva RENAGE y 43 estaciones de la red activa REGME.
- Se obtuvieron nuevas coordenadas para 43 estaciones REGME y 140 sitios RENAGE, con una incertidumbre horizontal de 2 mm y vertical de 4 mm.
- El punto de la red pasiva INDANZA–INDZ, se excluyó del procesamiento por no cumplir los criterios de calidad mínimos, con un nivel elevado de multipath y saltos de ciclo. Se atribuye probablemente a la presencia de obstrucciones, condiciones atmosféricas desfavorables, presencia de lluvias intensas durante la campaña de campo.
- Se presenta el elenco de coordenadas REGME - RENAGE, alineado con la nueva realización del ITRF2020, época de referencia 2021.8.
- En términos generales, la variabilidad de las coordenadas en los últimos 10 años (2016 – 2026), a lo largo del país, presenta un promedio de ~8 cm y una variación máxima de ~13 cm.
- El ajuste del Marco de Referencia Geodésico ITRF2020, con época de referencia 2021.8, alcanzó una precisión de 2 mm en la componente horizontal y 4 mm en la vertical, cumpliendo con los estándares internacionales establecidos por el IGS y SIRGAS. No obstante, durante los últimos tres años se ha observado una variación en las coordenadas GNSS, atribuible a los procesos naturales asociados a la dinámica de placas tectónicas. Estas diferencias se mantienen dentro de un RMS global de 1.1 cm, lo que refleja un nivel de precisión aceptable y acorde con los estándares geodésicos vigentes. El análisis presentado en el Anexo 6 “Informe de Validación que presenta la Comisión Técnica para la Adopción del Marco de Referencia ITRF2020, época 2021”, confirma que el ajuste original conserva su precisión, a pesar del tiempo transcurrido desde su ejecución.
- Los procesos de deformación post-sísmica (post terremoto de Pedernales 2016), aún se encuentran presentes a lo largo del país, de acuerdo al análisis presentado en las series de tiempo.
- Las nuevas coordenadas obtenidas, permiten actualizar el servicio REGME-IP, para mejorar la precisión en las actividades de posicionamiento en tiempo real, mediante el protocolo NTRIP.
- Se obtuvo el nuevo Campo de Velocidad del Ecuador VEC_EC, a partir de datos GNSS de los últimos 5 años (2020-2025), para 44 estaciones REGME del territorio continental y 2 estaciones insulares. Las Velocidades estimadas para las componentes horizontales, están determinadas al nivel de 1-2 mm/año y las velocidades verticales 5 mm/año; están expresadas

con respecto al Marco de Referencia Global y corresponde con la realización ITRF2020.

- El Anexo 5 muestra un resumen de las series de tiempo con información procesada desde los inicios de la REGME en el 2007 hasta el año 2025. Se observan procesos geodinámicos y eventos sísmicos del año 2016 y 2022, así como ruido, outliers y multipath en las estaciones REGME. Para ampliar el análisis se usaron estaciones del IGEPN, Esmeraldas ESMR, Chispas CSEC, Chone CNEC, entre otras.

- La velocidad horizontal y vertical de la estación POEC Portoviejo, presenta un comportamiento diferente respecto a las demás estaciones cercanas. El efecto también es evidente en el modelamiento de la componente Norte. La serie temporal muestra incremento de ruido y multipath. Se atribuye posiblemente a la presencia de obstrucciones y deformación local en ese sitio.

- El Procesamiento Preciso de Datos (GNSS), requiere que las coordenadas de las estaciones de referencia (es decir las estaciones usadas para evaluar la transformación al marco de referencia), estén dadas en la misma época en que se ejecuta la campaña de medición GNSS en campo; y que estén asociadas al mismo marco de referencia de las órbitas satelitales, vigente a la época en la cual se desarrollaron las medidas GNSS.

6.- Recomendaciones

- En concordancia con el informe de validación Nro. DCAR-INF-2025-0550, presentado el 20 de noviembre de 2025, por parte de la comisión técnica para la adopción del marco de referencia, se recomienda realizar las acciones administrativas y técnicas para adoptar la nueva realización del Marco de Referencia Geocéntrico SIRGAS-Ecuador, alineado al ITRF2020, época de referencia 2021.8, elipsoide de referencia GRS80.

- En los próximos años, se recomienda ejecutar campañas de medición de la RENAGE, para obtener información GNSS, que permita evaluar la deformación, repetibilidad, variabilidad de las coordenadas; y obtener una nueva versión del campo de velocidad con mayor densidad de puntos a nivel nacional.

- Actualizar el servicio REGME-IP, mediante las nuevas coordenadas de las estaciones, para brindar el servicio NTRIP con el nuevo Stream RTCM, alineado a la nueva realización del marco de referencia SIRGAS Ecuador.

- Se recomienda revisar el proceso de implementación y mantenimiento de estaciones CORS, con la finalidad de reducir el nivel de ruido, outliers y multipath, presentado en el análisis de las series de tiempo.

- Un campo de velocidad busca conseguir la máxima precisión con observaciones GPS repetidas y no la conversión por métodos de interpolación. Aquellos puntos cuyas velocidades no han sido derivadas de ocupaciones GPS repetidas en diferentes épocas de tiempo, sino obtenidas a partir de un modelo de interpolación, no deben usarse como puntos de referencia.

- Utilizar el nuevo Campo de Velocidad VEC_EC 2025, para trasladar las coordenadas REGME en diferentes épocas de tiempo, a partir del año 2020 en adelante.
- Realizar charlas y talleres técnicos para la divulgación y transferencia de resultados.

7.- Bibliografía

Altamimi, Z., Sánchez, L., & SIRGAS Working Group. (2018). SIRGAS: A geodetic reference system for Latin America and the Caribbean. *Geodesy for Planet Earth, International Association of Geodesy Symposia*, 136, 503–512.

Alvarado et al. (2016). Partitioning of oblique convergence in the northern Andes subduction zone: Migration of the North Andean Sliver. *Tectonics*, 35(9), 1958–1984.

Blewitt G et al., H. W. (2018). Harnessing the GPS data explosion for interdisciplinary science. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 99. EOS.

Cisneros, D., & Nocquet, J. (2019). Actualización preliminar del Sistema Nacional de Referencia Espacial — SIRGAS-Ecuador, posterior al terremoto de Pedernales 7.8 Mw, 16 de abril de 2016. *Revista Geofísica*, (67), 41-79. Obtenido de Actualización preliminar del Sistema Nacional de Referencia Espacial — SIRGAS-Ecuador, posterior al terremoto de Pedernales 7.8 Mw, 16 de abril de 2016. *Revista Geofísica*, (67), 41-79.: <https://revistasipgh.org/index.php/regeofi/article/view/161>

Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons. *Statistics for Spatial Data*.

Estey, L., & Meertens, C. (1999). TEQC: The Multi-Purpose Toolkit for GPS/GLONASS Data. Obtenido de Springer: <https://link.springer.com/article/10.1007/PL00012778>

Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. Oxford: Oxford University Press. *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*.

IERS, F. A. (2013). International Earth Rotation and Reference Systems Service. Obtenido de International Earth Rotation and Reference Systems Service: https://www.iers.org/IERS/EN/Home/home_node.html

IGN-LAREG. (2022). International Terrestrial Reference Frames. Obtenido de International Terrestrial Reference Frames: <https://itrf.ign.fr/>

IGS14/igs14.atx, I.-7. U. (2014). <https://lists.igs.org/pipermail/igsmail/2016/001233.html>. Obtenido de <https://lists.igs.org/pipermail/igsmail/2016/001233.html>: <https://lists.igs.org/pipermail/igsmail/2016/001233.html>

Kellogg, J., & Dixon, T. (1990). Central and South America GPS Geodesy. *GEOPHYSICAL RESEARCH LETTER*, 195-198.

Kitanidis, P. K. (1997). Introduction to Geostatistics: Applications in Hydrogeology. Cambridge: Cambridge University Press.

Le Hénaff, M. C. (2015). Spatial interpolation of GPS velocities using Kriging methods. Journal of Geodesy, 89(11), 1107–1124.

Mothes et al., S. (02 de 2018). Seismic_Volcanic_and_Geodetic_Networks_in_Ecuador_Building_Capacity_for_Monitoring_and_Research. Obtenido de www.researchgate.net: <https://www.researchgate.net/publication/323324218>

Nocquet JM et al. (2014). Motion of continental slivers and creeping subduction in the northern Andes. Nature Geoscience, 7, 287–291.

Nocquet, J.-M. (2022). PYACS. Obtenido de PYACS: <https://github.com/JMNocquet/pyacs36>

Nocquet. JM, M. P. (2008). Geodesia, geodinámica y ciclo sísmico en Ecuador. Quito.

Sánchez L et al, .. (2016). The SIRGAS reference frame realization. Scientific Technical Report STR, GFZ German Research Centre for Geosciences.

SIRGAS. (2021). Sistema de Referencia Geodésico para las Américas. Obtenido de Sistema de Referencia Geodésico para las Américas: <https://sirgas.ipgh.org/>

Tremel H., U. R. (2000). Processing of the Ecuadorian National GPS Network within the SIRGAS Reference Frame. Munich: DGFI.

Autor / Elaborado:

Ing. David A. Cisneros R. MSc.
Instituto Geográfico Militar
IGM – Ecuador
david.cisneros@geograficomilitar.gob.ec

8.- Agradecimientos

- Instituto Geográfico Militar del Ecuador – IGM_EC.
- Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador – REGME
- Institut de Recherche pour le Développement - IRD France
- Laboratorio Geosciences Azur - GeoAzur France
- Centre National de la Recherche Scientifique - CNRS France
- Université Côte d’Azur France
- Instituto Geofísico Escuela Politécnica Nacional - IGEPN
- Sistema de Referencia Geodésico para las Américas – SIRGAS
- Escuela Politécnica del Ejército, Universidad de las Fuerzas Armadas-ESPE

ANEXO 1:

Elenco de coordenadas de las estaciones permanentes que conforman la Red GNSS de Monitoreo Continuo del Ecuador REGME



Solución Combinada, Alineada al ITRF2020

Datum: SIRGAS ECUADOR
Época de Referencia: 2021.8
Elipsoide de Referencia: GR580



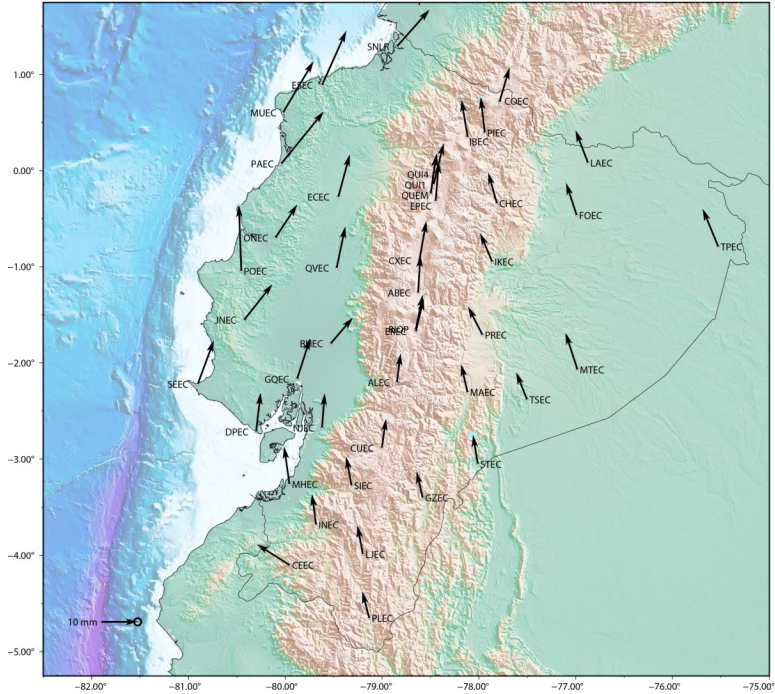
No.	NOMBRE	CODIGO	COORDENADAS CARTESIANAS			COORDENADAS GEOGRAFICAS			COORDENADAS UTM					
			X	Y	Z	LATITUD	LONGITUD	ALT. ELIP.	ESTE	NORTE	ZONA	HEMISFERIO		
1	AMBATO REGME	ABEC	1257908,32397	-6254107,73914	-140325,16494	1 16	6,97514 S	78 37	39,55485 W	2773,653	763994,305	9859659,835	Zona:17	Hemisferio:Sur
2	ALAUJI REGME	ALEC	1233231,85466	-6255435,59994	-243534,44972	2 12	7,75508 S	78 50	50,66222 W	2383,664	739410,622	9756421,720	Zona:17	Hemisferio:Sur
3	BABAHYOY REGME	BHEC	1158375,54085	-6268949,86311	-198777,97255	1 47	52,6581 S	79 31	51,52528 W	55,946	663403,279	9801204,944	Zona:17	Hemisferio:Sur
4	CELICA REGME	CEEC	1109961,74636	-6266411,55793	-453223,33644	4 6	3,31667 S	79 57	19,62876 W	2045,145	615942,780	9546641,629	Zona:17	Hemisferio:Sur
5	CHACO REGME	CHEC	1346610,28241	-6235930,12908	-37523,67823	0 20	21,35983 S	77 48	52,0012 W	1643,666	186701,355	9962455,249	Zona:18	Hemisferio:Sur
6	CUEVA OSOS REGME	COEC	1349943,45386	-6236876,45436	79222,42498	0 42	57,84624 N	77 47	13,14601 W	3656,925	189779,260	79241,463	Zona:18	Hemisferio:Norte
7	CUENCA REGME	CUEC	1215704,30187	-6255712,20759	-318818,85121	2 52	59,86509 S	79 0	8,99056 W	2631,166	722037,586	9681111,725	Zona:17	Hemisferio:Sur
8	COTOPAXI REGME	CXEC	1259454,39947	-6254555,57396	-103452,53283	0 56	6,78941 S	78 36	53,4074 W	2808,489	765451,142	9896539,856	Zona:17	Hemisferio:Sur
9	DATA POSORIA REGME	DPEC	1073270,07693	-6280002,51770	-299987,04369	2 42	50,3113 S	80 18	6,07651 W	24,099	577620,002	9699999,528	Zona:17	Hemisferio:Sur
10	EL CARMEN REGME	ECEC	1167629,74037	-6270565,72265	-30060,20319	0 16	18,63871 S	79 27	6,73694 W	284,701	672287,135	9899942,013	Zona:17	Hemisferio:Sur
11	ESPE REGME	EPEC	1277936,90319	-6251278,07211	-34832,37343	0 18	53,60225 S	78 26	46,76357 W	2522,976	784250,782	9965160,413	Zona:17	Hemisferio:Sur
12	EERSA RIOBAMBA REGME	EREC	1255116,44075	-6253531,75375	-184844,44772	1 40	16,21252 S	78 39	4,39552 W	2801,357	761323,447	981528,686	Zona:17	Hemisferio:Sur
13	ESMERALDAS REGME	ESEC	1149084,70923	-6273040,40635	98658,54691	0 53	32,15944 N	79 37	11,05613 W	46,967	653585,073	98651,151	Zona:17	Hemisferio:Norte
14	FRANCISCO ORELLANA REGME	FOEC	1435880,24289	-6214490,30960	-51232,84146	0 27	47,94548 S	76 59	23,69701 W	286,345	278534,559	9948758,300	Zona:18	Hemisferio:Sur
15	GLPS REGME	GLPS	-33800,75788	-6377516,51545	-82154,19882	0 44	34,79171 S	90 18	13,19066 W	1,772	800121,128	9917784,759	Zona:15	Hemisferio:Sur
16	GUAYAQUIL REGME	GQEC	1120058,12138	-6274444,46134	-239602,05168	2 10	2,58596 S	79 52	43,23687 W	27,277	624694,510	9760391,540	Zona:17	Hemisferio:Sur
17	GUALAQUIZA REGME	GZEC	1260716,84763	-6241813,24272	-375920,55365	3 24	4,29716 S	78 34	51,84235 W	883,933	768775,526	9623724,725	Zona:17	Hemisferio:Sur
18	IMBABURA REGME	IBEC	1313927,98974	-6243506,43820	38731,96119	0 21	0,56891 N	78 6	56,47204 W	2246,192	821082,452	38752,411	Zona:17	Hemisferio:Norte
19	ISLA CRISTÓBAL REGME	ICEC	44082,51092	-6377241,80362	-100320,93834	0 54	26,41644 S	89 36	14,22283 W	51,553	210181,153	9899607,474	Zona:16	Hemisferio:Sur
20	PAJAN REGME	JNEC	1080551,78844	-6287135,91857	-171641,32871	1 33	8,71879 S	80 25	30,51374 W	147,052	563944,982	9828401,625	Zona:17	Hemisferio:Sur
21	LAGO AGRO REGME	LAEC	1448551,11580	-6211793,96350	9166,82217	0 4	58,43182 N	76 52	24,83809 W	324,349	291481,800	9167,624	Zona:18	Hemisferio:Norte
22	LOJA REGME	LJEC	1192828,97478	-6252161,68122	-440799,08138	3 59	17,73432 S	79 11	54,73656 W	2143,523	700008,277	9558951,602	Zona:17	Hemisferio:Sur
23	MACAS REGME	MAEC	1312399,09475	-6237499,86475	-254805,66458	2 18	16,58865 S	78 7	4,8582 W	1060,392	820570,670	9744945,784	Zona:17	Hemisferio:Sur
24	MACHALA REGME	MHEC	1110451,98909	-6270365,54003	-360372,62639	3 15	38,86737 S	79 57	26,33051 W	54,852	615844,646	9639520,145	Zona:17	Hemisferio:Sur
25	MONTALVO REGME	MTEC	1435817,60957	-6210492,29192	-228752,76637	2 4	8,80573 S	76 58	56,5474 W	300,676	279510,060	9771162,120	Zona:18	Hemisferio:Sur
26	NARANJAL REGME	NIEC	1147858,33880	-6267031,14797	-295701,11224	2 40	30,58066 S	79 37	15,05592 W	51,349	653313,704	9704226,008	Zona:17	Hemisferio:Sur
27	CHONE REGME	ONEC	1096348,51345	-6282769,32094	-77107,48920	0 41	50,45619 S	80 6	5,42468 W	41,113	599976,560	9922912,410	Zona:17	Hemisferio:Sur
28	PEDERNALES REGME	PAEC	1102995,03799	-6282088,37484	8007,43668	0 4	20,69845 N	80 2	29,8961 W	52,160	606466,640	8005,297	Zona:17	Hemisferio:Norte
29	PIMAMPIRO REGME	PIEC	1333085,08162	-6239312,22714	43757,84327	0 23	44,16512 N	77 56	22,48835 W	2149,871	172761,530	43783,849	Zona:18	Hemisferio:Norte
30	PALANDA REGME	PLEC	1198892,49940	-6244396,58605	-513798,75022	4 39	2,81524 S	79 7	54,31691 W	1173,302	707245,482	9485663,490	Zona:17	Hemisferio:Sur
31	PORTOVIEJO REGME	POEC	1057569,97090	-6288867,89524	-115407,83125	1 2	37,52046 S	80 27	14,93289 W	85,509	560730,572	9884628,238	Zona:17	Hemisferio:Sur
32	PALORA REGME	PREC	1329685,22938	-6236040,74012	-188840,20989	1 42	28,14228 S	77 57	47,93043 W	904,295	170255,066	9810980,010	Zona:18	Hemisferio:Sur
33	PUENGASI REGME	QUEM	1272483,39179	-6252975,34252	-26224,18900	0 14	13,37976 S	78 29	50,46005 W	3054,657	778569,106	9973773,675	Zona:17	Hemisferio:Sur
34	QUIA REGME	QUIA	1275746,57961	-6252216,76279	-15440,93555	0 8	22,4835 S	78 28	2,20755 W	2927,473	781919,953	9984557,167	Zona:17	Hemisferio:Sur
35	QUEVEDO REGME	QVEC	1165494,01457	-6269857,62593	-111925,59675	1 0	44,1148 S	79 28	10,45451 W	115,324	670292,440	9888075,203	Zona:17	Hemisferio:Sur
36	RIOBAMBA REGME	RIOP	1255144,94524	-6253609,43756	-182569,67331	1 39	21,33943 S	78 39	3,98611 W	2817,165	761338,813	9817404,863	Zona:17	Hemisferio:Sur
37	SANTA ELENA REGME	SEEC	1007568,30328	-6293266,42486	-245374,98013	2 13	10,66808 S	80 54	14,36933 W	29,730	510675,387	9754662,613	Zona:17	Hemisferio:Sur
38	SANTA ISABEL REGME	SIEC	1180956,73946	-6259010,54552	-361977,44800	3 16	28,21332 S	79 18	53,95407 W	1657,850	687222,647	9637907,715	Zona:17	Hemisferio:Sur
39	SAN LORENZO REGME	SNLR	1233412,63837	-6256121,71108	142907,73449	1 17	33,05993 N	78 50	49,21757 W	23,069	739570,613	142963,736	Zona:17	Hemisferio:Norte
40	SANTIAGO REGME	STEC	1323151,33322	-6230532,75381	-337196,93771	3 3	2,74956 S	78 0	37,67142 W	321,738	832343,160	9662333,980	Zona:17	Hemisferio:Sur
41	TENA REGME	TNEC	1345987,96141	-6234088,54598	-109474,68843	0 59	24,06652 S	77 48	59,10276 W	546,960	186522,682	9890439,899	Zona:18	Hemisferio:Sur
42	TIPUTINI REGME	TPEC	1593945,88815	-6175355,98866	-87328,85807	0 47	23,18408 S	75 31	37,37023 W	214,104	441357,535	9912702,541	Zona:18	Hemisferio:Sur
43	TAISHA REGME	TSEC	1379121,13619	-6222111,01424	-263257,52980	2 22	52,76008 S	77 30	9,08957 W	453,138	221681,712	9736538,154	Zona:18	Hemisferio:Sur

Trabajo realizado con apoyo del Institut de Recherche pour le Développement – IRD France, laboratorio GEOAZUR, Université Cote D'Azur, en el marco de la Maestría en Ciencias de la Tierra y Gestión de Riesgos. Transformación RINEX, análisis, control de calidad de los datos GPS y finalmente la etapa de procesamiento y estabilización de la solución combinada final, obteniendo las coordenadas al nivel milimétrico. Incertidumbre Horizontal 2mm, Incertidumbre Vertical 4mm.



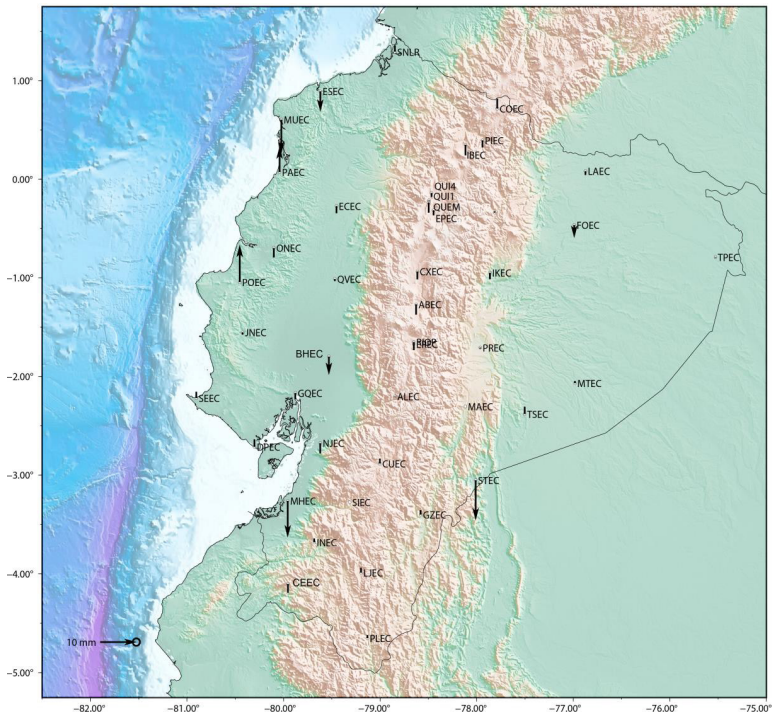
ANEXO 2: CAMPO VELOCIDAD VEC_EC 2025 COMPONENTE HORIZONTAL

REGME ITRF2020 horizontal velocity (mm/yr) after 2020



COMPONENTE VERTICAL

REGME ITRF2020 vertical velocity (mm/yr) after 2020



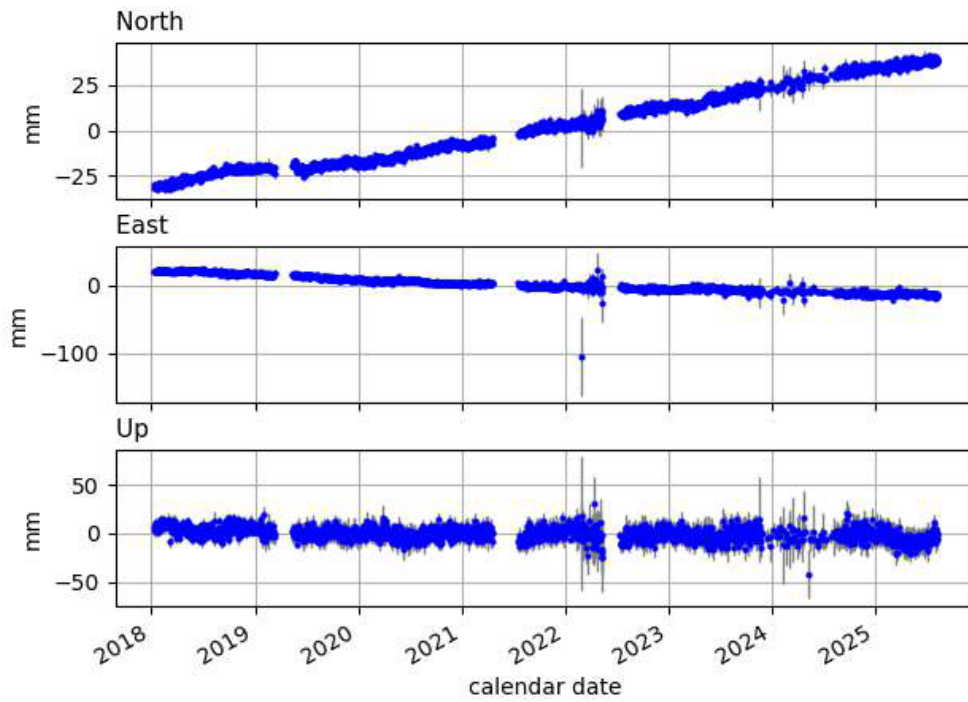
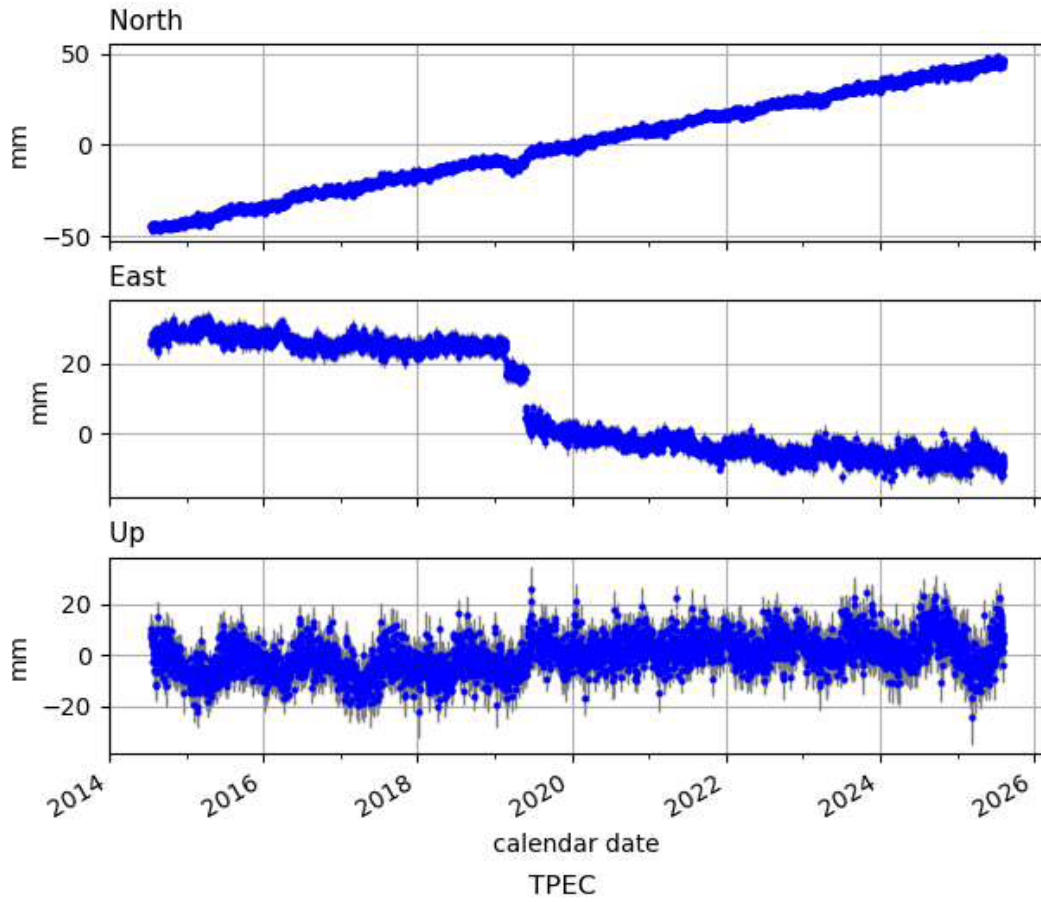
ANEXO 3: Componentes X, Y, Z del Campo de Velocidad Ecuador VEC_EC 2025 POST 2020 VELOCIDADES

ABEC: $v_e = 0.61 \pm 0.29$ mm/yr, $v_n = 10.34 \pm 0.16$ mm/yr, $v_u = -2.78 \pm 0.75$ mm/yr
 ABEC: $v_x = 0.09 \pm 0.32$ mm/yr, $v_y = 2.62 \pm 0.74$ mm/yr, $v_z = 10.40 \pm 0.17$ mm/yr
 ALEC: $v_e = 1.03 \pm 0.21$ mm/yr, $v_n = 7.94 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = -0.15 \pm 0.70$ mm/yr
 ALEC: $v_x = 1.04 \pm 0.25$ mm/yr, $v_y = 0.05 \pm 0.68$ mm/yr, $v_z = 7.94 \pm 0.17$ mm/yr
 BHEC: $v_e = 6.12 \pm 0.30$ mm/yr, $v_n = 7.15 \pm 0.45$ mm/yr, $v_u = -4.96 \pm 0.60$ mm/yr
 BHEC: $v_x = 5.16 \pm 0.31$ mm/yr, $v_y = 5.77 \pm 0.59$ mm/yr, $v_z = 7.31 \pm 0.45$ mm/yr
 CEEC: $v_e = -9.03 \pm 0.61$ mm/yr, $v_n = 5.72 \pm 0.33$ mm/yr, $v_u = -2.40 \pm 0.71$ mm/yr
 CEEC: $v_x = -9.23 \pm 0.61$ mm/yr, $v_y = 0.38 \pm 0.71$ mm/yr, $v_z = 5.88 \pm 0.33$ mm/yr
 CHEC: $v_e = -2.38 \pm 0.16$ mm/yr, $v_n = 8.43 \pm 0.16$ mm/yr, $v_u = 0.30 \pm 0.52$ mm/yr
 CHEC: $v_x = -2.25 \pm 0.20$ mm/yr, $v_y = -0.84 \pm 0.51$ mm/yr, $v_z = 8.43 \pm 0.16$ mm/yr
 CNEC: $v_e = -2.07 \pm 0.29$ mm/yr, $v_n = 8.03 \pm 0.32$ mm/yr, $v_u = -3.67 \pm 1.10$ mm/yr
 CNEC: $v_x = -2.72 \pm 0.36$ mm/yr, $v_y = 2.98 \pm 1.08$ mm/yr, $v_z = 8.12 \pm 0.32$ mm/yr
 COEC: $v_e = 2.79 \pm 0.35$ mm/yr, $v_n = 9.47 \pm 0.14$ mm/yr, $v_u = 2.66 \pm 0.49$ mm/yr
 COEC: $v_x = 3.27 \pm 0.36$ mm/yr, $v_y = -1.90 \pm 0.48$ mm/yr, $v_z = 9.50 \pm 0.14$ mm/yr
 CUEC: $v_e = 1.15 \pm 0.29$ mm/yr, $v_n = 7.97 \pm 0.12$ mm/yr, $v_u = 1.34 \pm 0.55$ mm/yr
 CUEC: $v_x = 1.46 \pm 0.30$ mm/yr, $v_y = -1.49 \pm 0.54$ mm/yr, $v_z = 7.89 \pm 0.13$ mm/yr
 CXEC: $v_e = 1.91 \pm 0.23$ mm/yr, $v_n = 10.92 \pm 0.14$ mm/yr, $v_u = -2.13 \pm 0.60$ mm/yr
 CXEC: $v_x = 1.48 \pm 0.26$ mm/yr, $v_y = 2.29 \pm 0.59$ mm/yr, $v_z = 10.96 \pm 0.14$ mm/yr
 DPEC: $v_e = 1.26 \pm 0.23$ mm/yr, $v_n = 10.69 \pm 0.20$ mm/yr, $v_u = 2.05 \pm 0.66$ mm/yr
 DPEC: $v_x = 1.67 \pm 0.26$ mm/yr, $v_y = -2.30 \pm 0.65$ mm/yr, $v_z = 10.58 \pm 0.21$ mm/yr
 ECEC: $v_e = 3.16 \pm 0.26$ mm/yr, $v_n = 11.69 \pm 0.27$ mm/yr, $v_u = -1.94 \pm 0.65$ mm/yr
 ECEC: $v_x = 2.76 \pm 0.28$ mm/yr, $v_y = 2.43 \pm 0.64$ mm/yr, $v_z = 11.70 \pm 0.27$ mm/yr
 EPEC: $v_e = 0.87 \pm 0.29$ mm/yr, $v_n = 10.88 \pm 0.21$ mm/yr, $v_u = -1.36 \pm 0.73$ mm/yr
 EPEC: $v_x = 0.59 \pm 0.32$ mm/yr, $v_y = 1.44 \pm 0.72$ mm/yr, $v_z = 10.89 \pm 0.21$ mm/yr
 EREC: $v_e = 2.17 \pm 0.23$ mm/yr, $v_n = 9.02 \pm 0.18$ mm/yr, $v_u = -1.66 \pm 0.70$ mm/yr
 EREC: $v_x = 1.86 \pm 0.27$ mm/yr, $v_y = 1.79 \pm 0.69$ mm/yr, $v_z = 9.07 \pm 0.18$ mm/yr
 ESEC: $v_e = 6.68 \pm 0.76$ mm/yr, $v_n = 14.93 \pm 0.33$ mm/yr, $v_u = -5.48 \pm 1.01$ mm/yr
 ESEC: $v_x = 5.54 \pm 0.77$ mm/yr, $v_y = 6.83 \pm 1.00$ mm/yr, $v_z = 14.84 \pm 0.33$ mm/yr
 FOEC: $v_e = -2.91 \pm 0.18$ mm/yr, $v_n = 8.86 \pm 0.15$ mm/yr, $v_u = -3.50 \pm 0.72$ mm/yr
 FOEC: $v_x = -3.61 \pm 0.24$ mm/yr, $v_y = 2.69 \pm 0.70$ mm/yr, $v_z = 8.89 \pm 0.15$ mm/yr
 GLPS: $v_e = 50.15 \pm 0.19$ mm/yr, $v_n = 9.72 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = -1.72 \pm 0.46$ mm/yr
 GLPS: $v_x = 50.16 \pm 0.19$ mm/yr, $v_y = 1.33 \pm 0.46$ mm/yr, $v_z = 9.74 \pm 0.17$ mm/yr
 GQEC: $v_e = 3.62 \pm 0.34$ mm/yr, $v_n = 11.23 \pm 0.37$ mm/yr, $v_u = -1.71 \pm 0.66$ mm/yr
 GQEC: $v_x = 3.34 \pm 0.35$ mm/yr, $v_y = 1.90 \pm 0.65$ mm/yr, $v_z = 11.28 \pm 0.37$ mm/yr
 GZEC: $v_e = -1.66 \pm 0.20$ mm/yr, $v_n = 7.24 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = 1.23 \pm 0.61$ mm/yr
 GZEC: $v_x = -1.30 \pm 0.23$ mm/yr, $v_y = -1.95 \pm 0.60$ mm/yr, $v_z = 7.15 \pm 0.17$ mm/yr
 IBEC: $v_e = -1.71 \pm 0.19$ mm/yr, $v_n = 10.26 \pm 0.14$ mm/yr, $v_u = -2.87 \pm 0.57$ mm/yr
 IBEC: $v_x = -2.28 \pm 0.22$ mm/yr, $v_y = 2.52 \pm 0.56$ mm/yr, $v_z = 10.24 \pm 0.14$ mm/yr
 ICEC: $v_e = 50.42 \pm 0.36$ mm/yr, $v_n = 7.99 \pm 0.32$ mm/yr, $v_u = 0.86 \pm 0.76$ mm/yr
 ICEC: $v_x = 50.42 \pm 0.36$ mm/yr, $v_y = -0.64 \pm 0.76$ mm/yr, $v_z = 7.98 \pm 0.32$ mm/yr
 IKEC: $v_e = -3.29 \pm 0.50$ mm/yr, $v_n = 7.89 \pm 0.33$ mm/yr, $v_u = -1.74 \pm 1.55$ mm/yr
 IKEC: $v_x = -3.55 \pm 0.59$ mm/yr, $v_y = 0.88 \pm 1.52$ mm/yr, $v_z = 7.92 \pm 0.33$ mm/yr

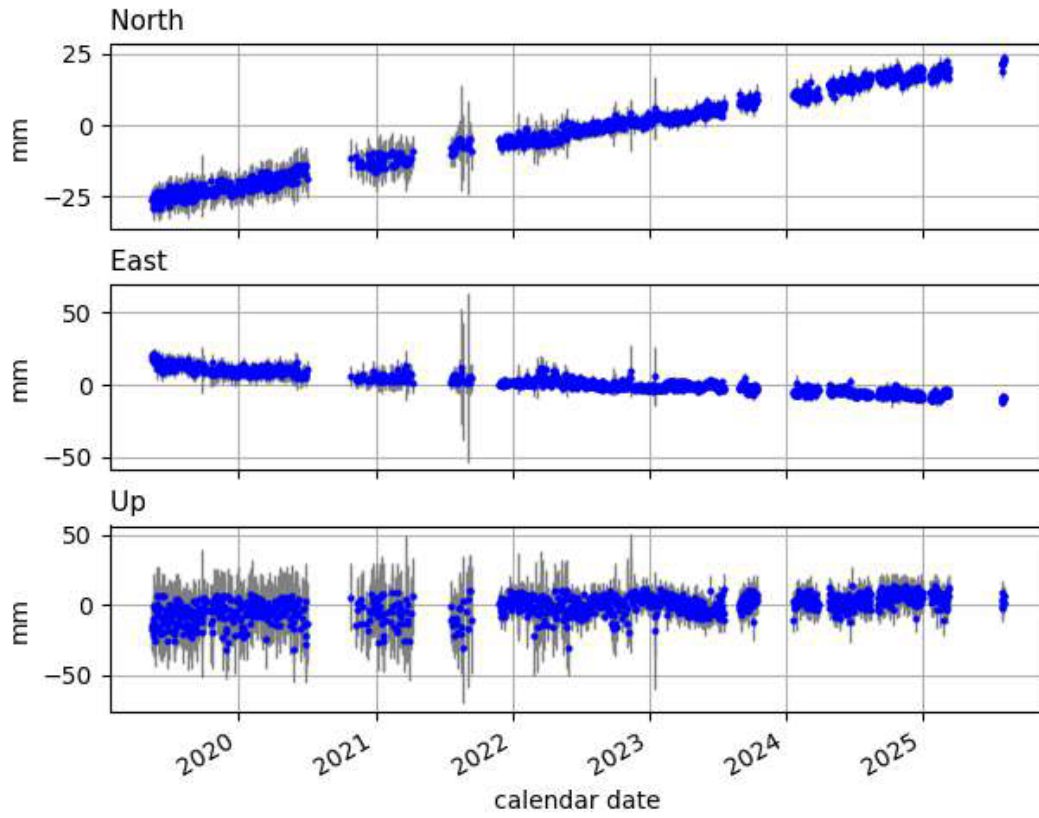
INEC: $v_e = -1.12 \pm 0.45$ mm/yr, $v_n = 8.37 \pm 0.35$ mm/yr, $v_u = 1.03 \pm 1.54$ mm/yr
 INEC: $v_x = -0.82 \pm 0.52$ mm/yr, $v_y = -1.74 \pm 1.51$ mm/yr, $v_z = 8.29 \pm 0.36$ mm/yr
 JNEC: $v_e = 7.81 \pm 0.47$ mm/yr, $v_n = 9.85 \pm 0.43$ mm/yr, $v_u = -0.64 \pm 0.76$ mm/yr
 JNEC: $v_x = 7.64 \pm 0.48$ mm/yr, $v_y = 1.67 \pm 0.76$ mm/yr, $v_z = 9.86 \pm 0.43$ mm/yr
 LAEC: $v_e = -3.43 \pm 0.21$ mm/yr, $v_n = 8.94 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = -1.04 \pm 0.68$ mm/yr
 LAEC: $v_x = -3.58 \pm 0.25$ mm/yr, $v_y = 0.25 \pm 0.66$ mm/yr, $v_z = 8.94 \pm 0.17$ mm/yr
 LJEC: $v_e = -1.50 \pm 0.30$ mm/yr, $v_n = 7.88 \pm 0.16$ mm/yr, $v_u = 1.35 \pm 0.90$ mm/yr
 LJEC: $v_x = -1.12 \pm 0.34$ mm/yr, $v_y = -2.15 \pm 0.88$ mm/yr, $v_z = 7.77 \pm 0.18$ mm/yr
 MAEC: $v_e = -1.73 \pm 0.21$ mm/yr, $v_n = 7.65 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = -0.00 \pm 0.56$ mm/yr
 MAEC: $v_x = -1.63 \pm 0.23$ mm/yr, $v_y = -0.65 \pm 0.55$ mm/yr, $v_z = 7.64 \pm 0.17$ mm/yr
 MHEC: $v_e = -1.45 \pm 1.17$ mm/yr, $v_n = 10.33 \pm 0.29$ mm/yr, $v_u = -9.83 \pm 0.95$ mm/yr
 MHEC: $v_x = -3.03 \pm 1.16$ mm/yr, $v_y = 8.83 \pm 0.96$ mm/yr, $v_z = 10.87 \pm 0.29$ mm/yr
 MTEC: $v_e = -3.28 \pm 0.35$ mm/yr, $v_n = 10.14 \pm 0.38$ mm/yr, $v_u = 0.58 \pm 1.52$ mm/yr
 MTEC: $v_x = -2.98 \pm 0.49$ mm/yr, $v_y = -1.66 \pm 1.48$ mm/yr, $v_z = 10.12 \pm 0.38$ mm/yr
 MUEC: $v_e = 8.40 \pm 0.60$ mm/yr, $v_n = 14.11 \pm 0.43$ mm/yr, $v_u = -9.11 \pm 1.72$ mm/yr
 MUEC: $v_x = 6.67 \pm 0.66$ mm/yr, $v_y = 10.58 \pm 1.70$ mm/yr, $v_z = 14.02 \pm 0.43$ mm/yr
 NJEC: $v_e = 0.73 \pm 0.20$ mm/yr, $v_n = 9.49 \pm 0.23$ mm/yr, $v_u = -2.81 \pm 0.78$ mm/yr
 NJEC: $v_x = 0.29 \pm 0.24$ mm/yr, $v_y = 2.46 \pm 0.77$ mm/yr, $v_z = 9.61 \pm 0.23$ mm/yr
 ONEC: $v_e = 6.00 \pm 0.65$ mm/yr, $v_n = 9.14 \pm 0.29$ mm/yr, $v_u = -2.54 \pm 1.09$ mm/yr
 ONEC: $v_x = 5.50 \pm 0.66$ mm/yr, $v_y = 3.42 \pm 1.08$ mm/yr, $v_z = 9.17 \pm 0.29$ mm/yr
 PAEC: $v_e = 11.75 \pm 0.68$ mm/yr, $v_n = 14.44 \pm 0.30$ mm/yr, $v_u = 6.90 \pm 0.83$ mm/yr
 PAEC: $v_x = 12.76 \pm 0.68$ mm/yr, $v_y = -4.74 \pm 0.83$ mm/yr, $v_z = 14.45 \pm 0.30$ mm/yr
 PIEC: $v_e = -1.10 \pm 0.38$ mm/yr, $v_n = 9.74 \pm 0.28$ mm/yr, $v_u = -1.95 \pm 0.99$ mm/yr
 PIEC: $v_x = -1.50 \pm 0.43$ mm/yr, $v_y = 1.74 \pm 0.97$ mm/yr, $v_z = 9.73 \pm 0.28$ mm/yr
 PLEC: $v_e = -1.96 \pm 0.33$ mm/yr, $v_n = 7.27 \pm 0.23$ mm/yr, $v_u = 0.83 \pm 1.15$ mm/yr
 PLEC: $v_x = -1.65 \pm 0.39$ mm/yr, $v_y = -1.76 \pm 1.13$ mm/yr, $v_z = 7.17 \pm 0.25$ mm/yr
 POEC: $v_e = -0.68 \pm 0.74$ mm/yr, $v_n = 18.16 \pm 0.39$ mm/yr, $v_u = 10.06 \pm 0.71$ mm/yr
 POEC: $v_x = 1.05 \pm 0.74$ mm/yr, $v_y = -10.36 \pm 0.71$ mm/yr, $v_z = 17.97 \pm 0.39$ mm/yr
 PREC: $v_e = -3.98 \pm 0.20$ mm/yr, $v_n = 7.73 \pm 0.17$ mm/yr, $v_u = -0.25 \pm 0.72$ mm/yr
 PREC: $v_x = -3.89 \pm 0.25$ mm/yr, $v_y = -0.81 \pm 0.71$ mm/yr, $v_z = 7.74 \pm 0.17$ mm/yr
 QUEM: $v_e = 1.49 \pm 0.20$ mm/yr, $v_n = 10.69 \pm 0.22$ mm/yr, $v_u = -2.71 \pm 0.60$ mm/yr
 QUEM: $v_x = 0.92 \pm 0.23$ mm/yr, $v_y = 2.90 \pm 0.59$ mm/yr, $v_z = 10.70 \pm 0.22$ mm/yr
 QUI1: $v_e = 1.53 \pm 0.30$ mm/yr, $v_n = 10.45 \pm 0.29$ mm/yr, $v_u = -0.21 \pm 0.77$ mm/yr
 QUI1: $v_x = 1.46 \pm 0.34$ mm/yr, $v_y = 0.47 \pm 0.75$ mm/yr, $v_z = 10.45 \pm 0.29$ mm/yr
 QUI4: $v_e = 2.78 \pm 0.28$ mm/yr, $v_n = 11.26 \pm 0.15$ mm/yr, $v_u = -1.07 \pm 0.61$ mm/yr
 QUI4: $v_x = 2.51 \pm 0.30$ mm/yr, $v_y = 1.58 \pm 0.60$ mm/yr, $v_z = 11.26 \pm 0.15$ mm/yr
 QVEC: $v_e = 2.40 \pm 0.40$ mm/yr, $v_n = 11.46 \pm 0.23$ mm/yr, $v_u = -0.55 \pm 0.85$ mm/yr
 QVEC: $v_x = 2.30 \pm 0.42$ mm/yr, $v_y = 0.79 \pm 0.83$ mm/yr, $v_z = 11.47 \pm 0.23$ mm/yr
 RIOP: $v_e = 1.89 \pm 0.16$ mm/yr, $v_n = 9.48 \pm 0.13$ mm/yr, $v_u = -1.64 \pm 0.52$ mm/yr
 RIOP: $v_x = 1.58 \pm 0.19$ mm/yr, $v_y = 1.71 \pm 0.51$ mm/yr, $v_z = 9.53 \pm 0.13$ mm/yr
 SEEC: $v_e = 4.44 \pm 0.21$ mm/yr, $v_n = 12.05 \pm 0.19$ mm/yr, $v_u = 1.71 \pm 0.45$ mm/yr
 SEEC: $v_x = 4.73 \pm 0.22$ mm/yr, $v_y = -1.45 \pm 0.45$ mm/yr, $v_z = 11.97 \pm 0.19$ mm/yr
 SIEC: $v_e = -1.50 \pm 0.16$ mm/yr, $v_n = 7.92 \pm 0.13$ mm/yr, $v_u = 0.03 \pm 0.59$ mm/yr
 SIEC: $v_x = -1.38 \pm 0.19$ mm/yr, $v_y = -0.75 \pm 0.58$ mm/yr, $v_z = 7.91 \pm 0.14$ mm/yr
 SNLR: $v_e = 9.02 \pm 0.18$ mm/yr, $v_n = 10.15 \pm 0.16$ mm/yr, $v_u = 1.70 \pm 0.62$ mm/yr
 SNLR: $v_x = 9.13 \pm 0.22$ mm/yr, $v_y = 0.30 \pm 0.61$ mm/yr, $v_z = 10.19 \pm 0.16$ mm/yr
 STEC: $v_e = -1.37 \pm 1.18$ mm/yr, $v_n = 7.99 \pm 0.91$ mm/yr, $v_u = -10.82 \pm 3.86$ mm/yr



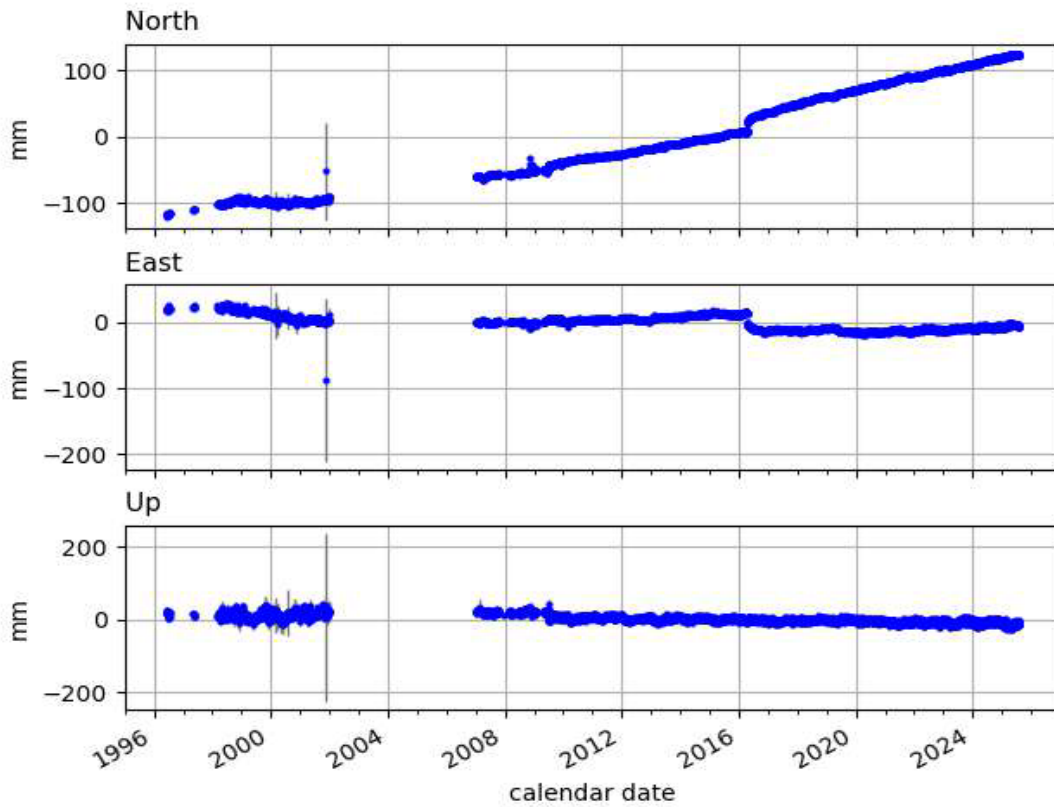
ANEXO 5: Series de Tiempo REGME SIEC



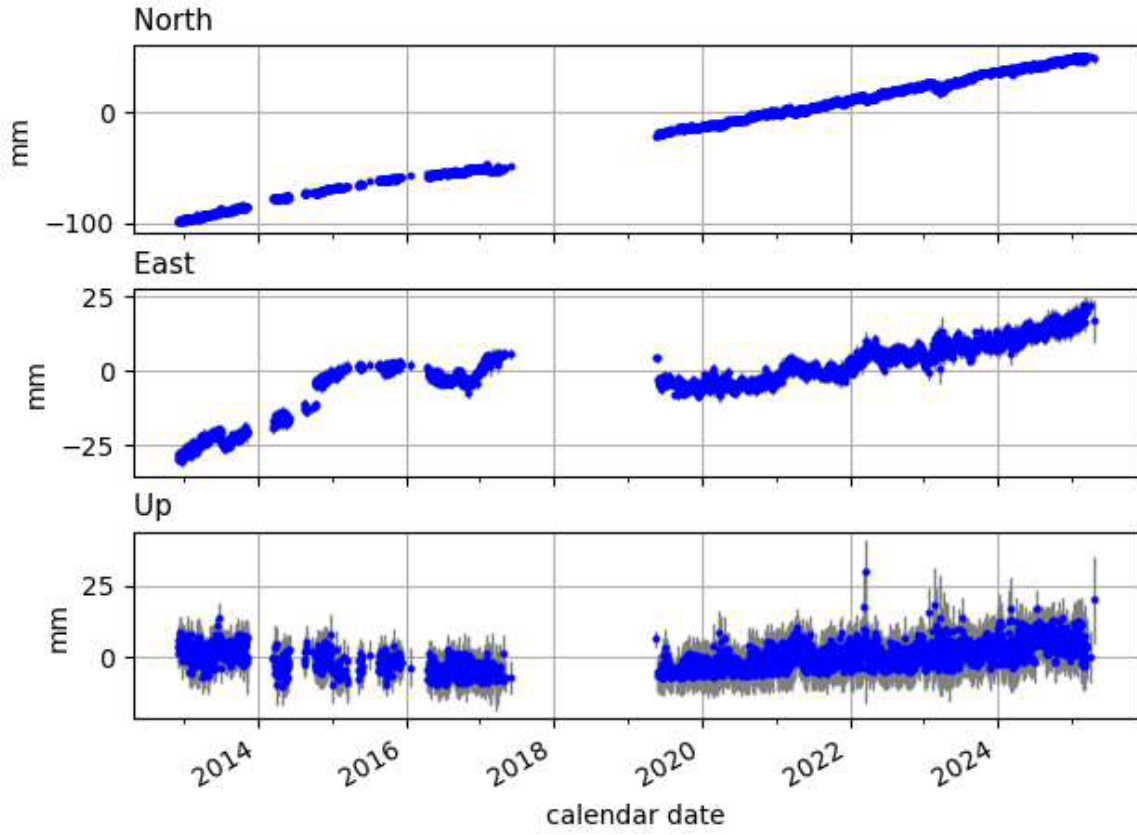
TSEC



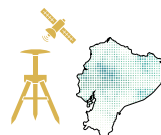
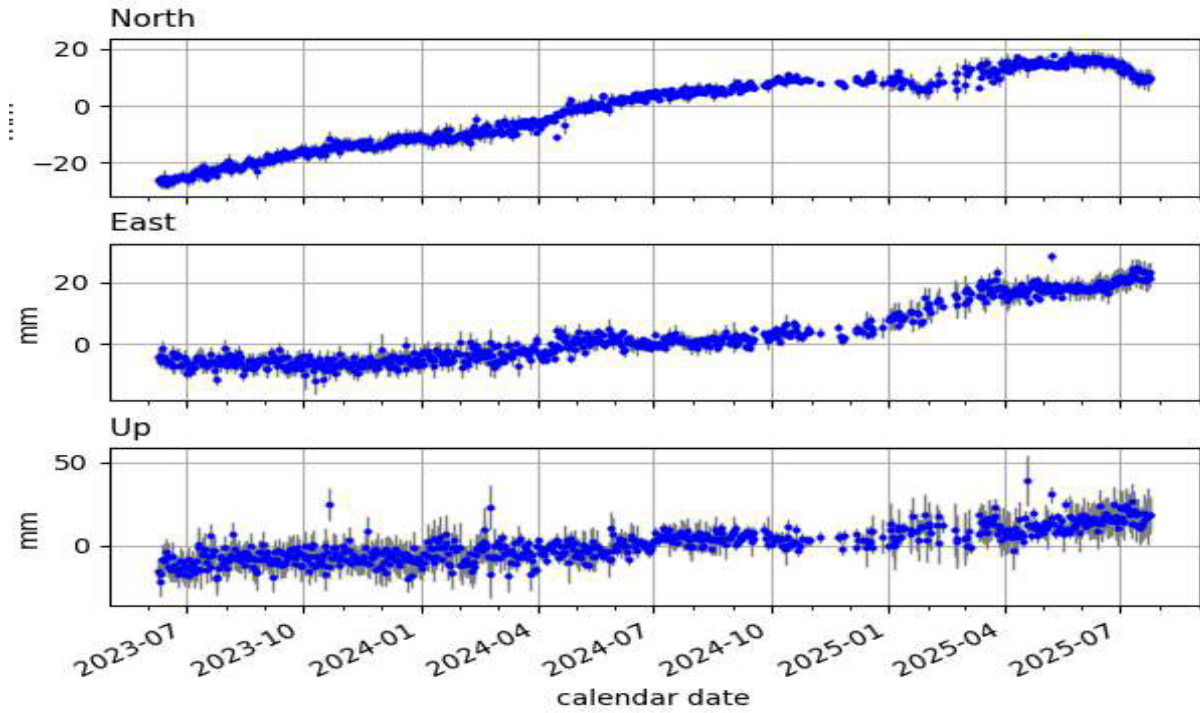
RIOP



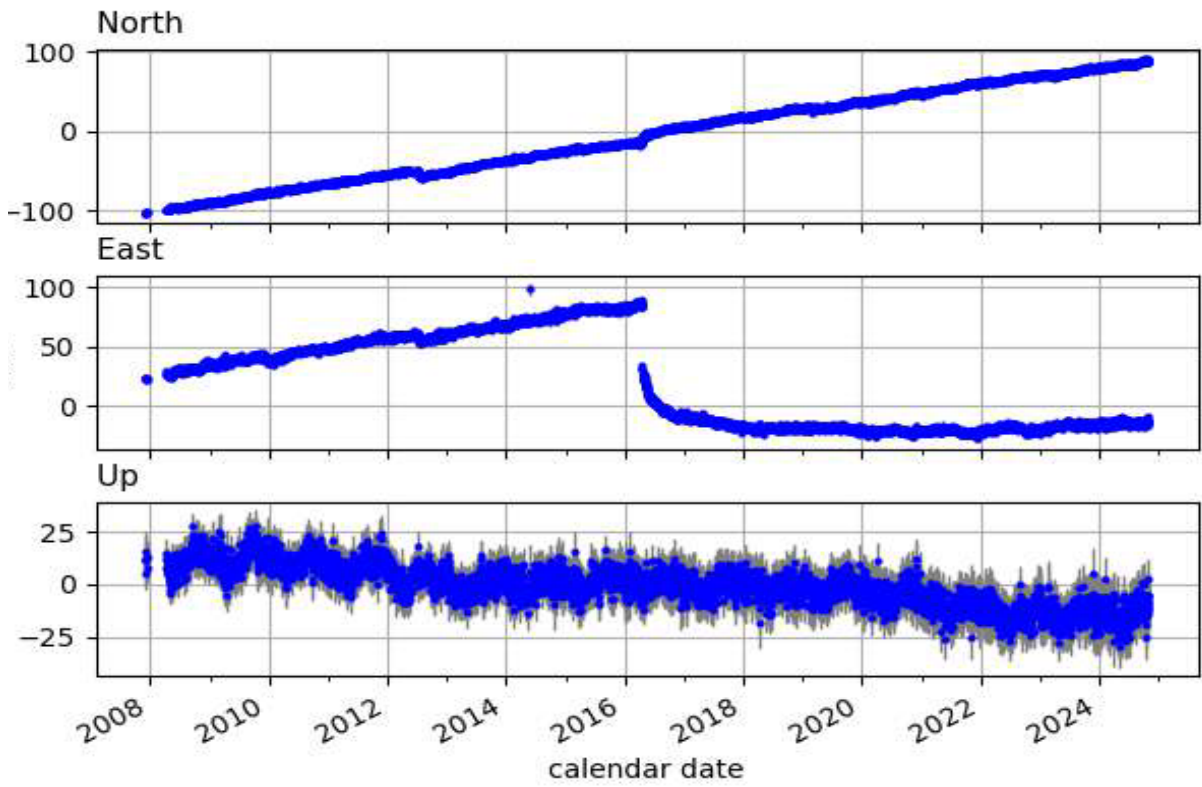
SEEC



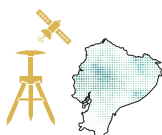
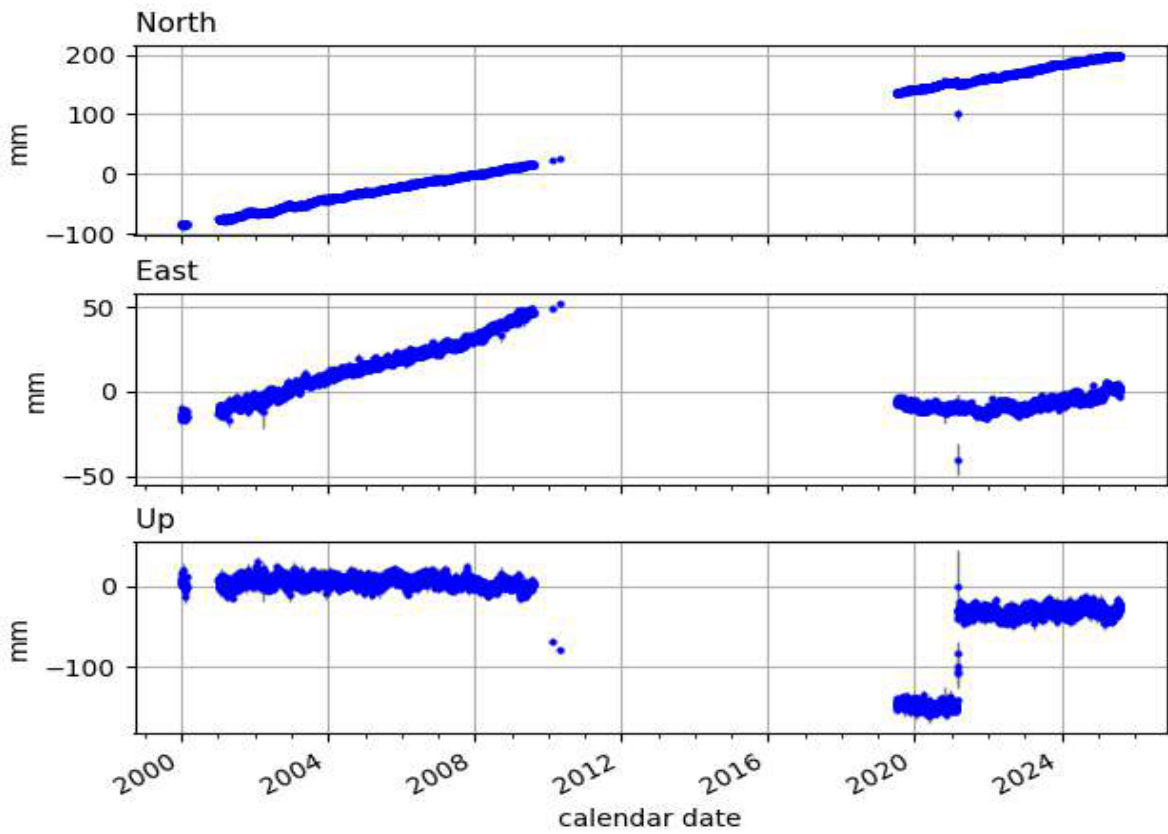
PSEC



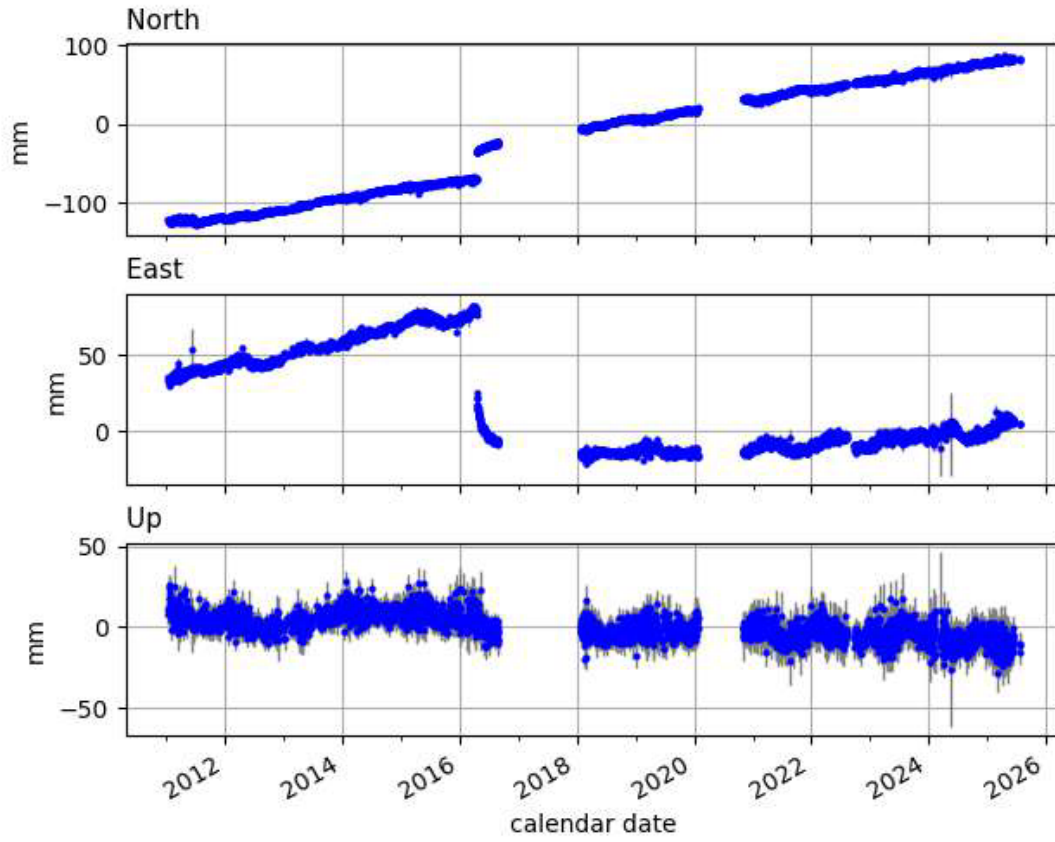
QUEM



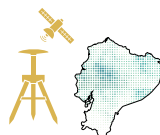
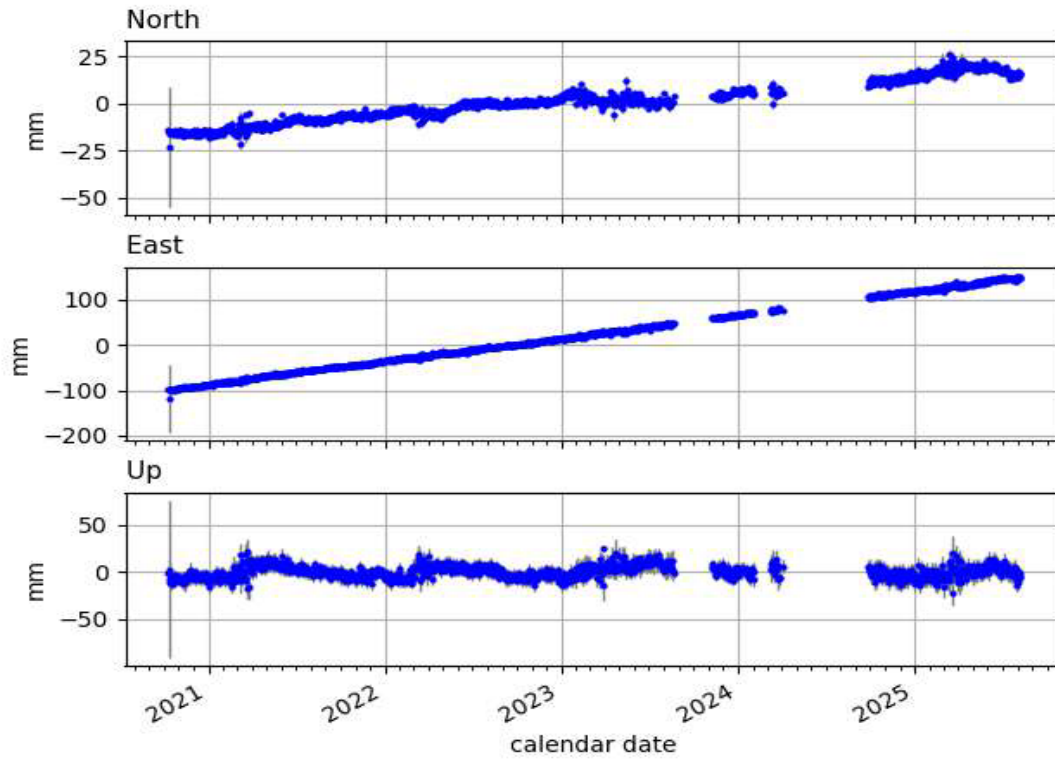
QUI1



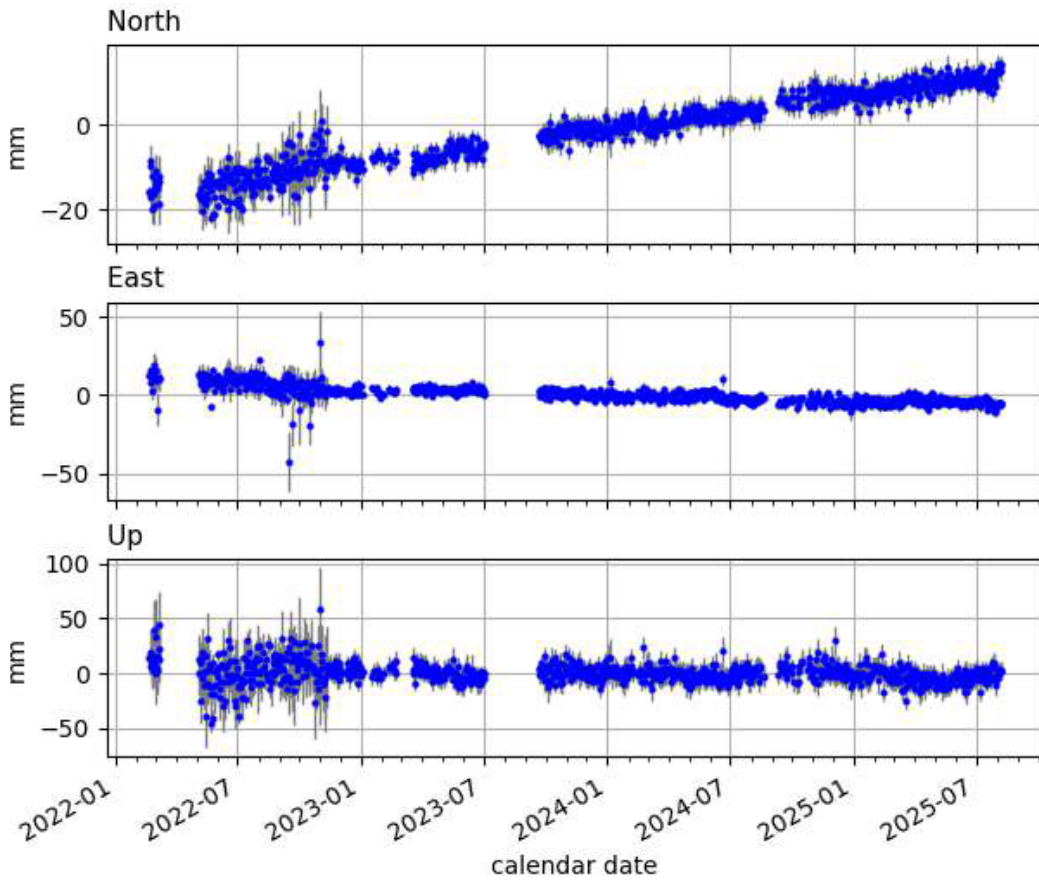
QVEC



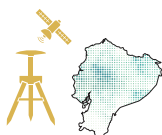
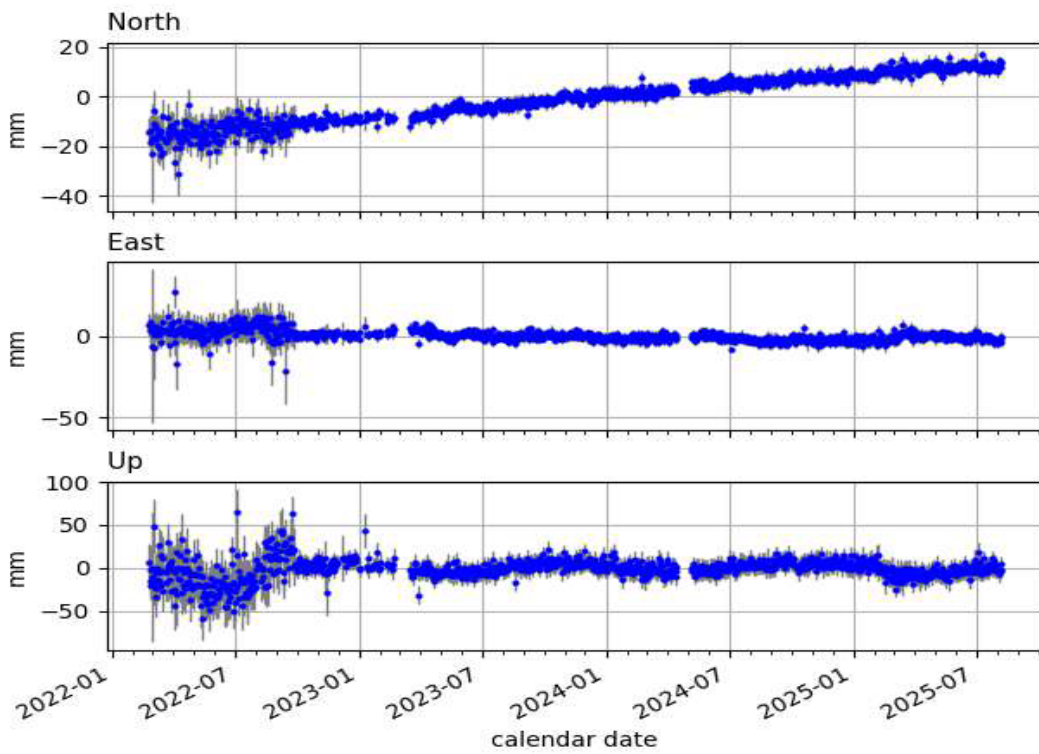
ICEC



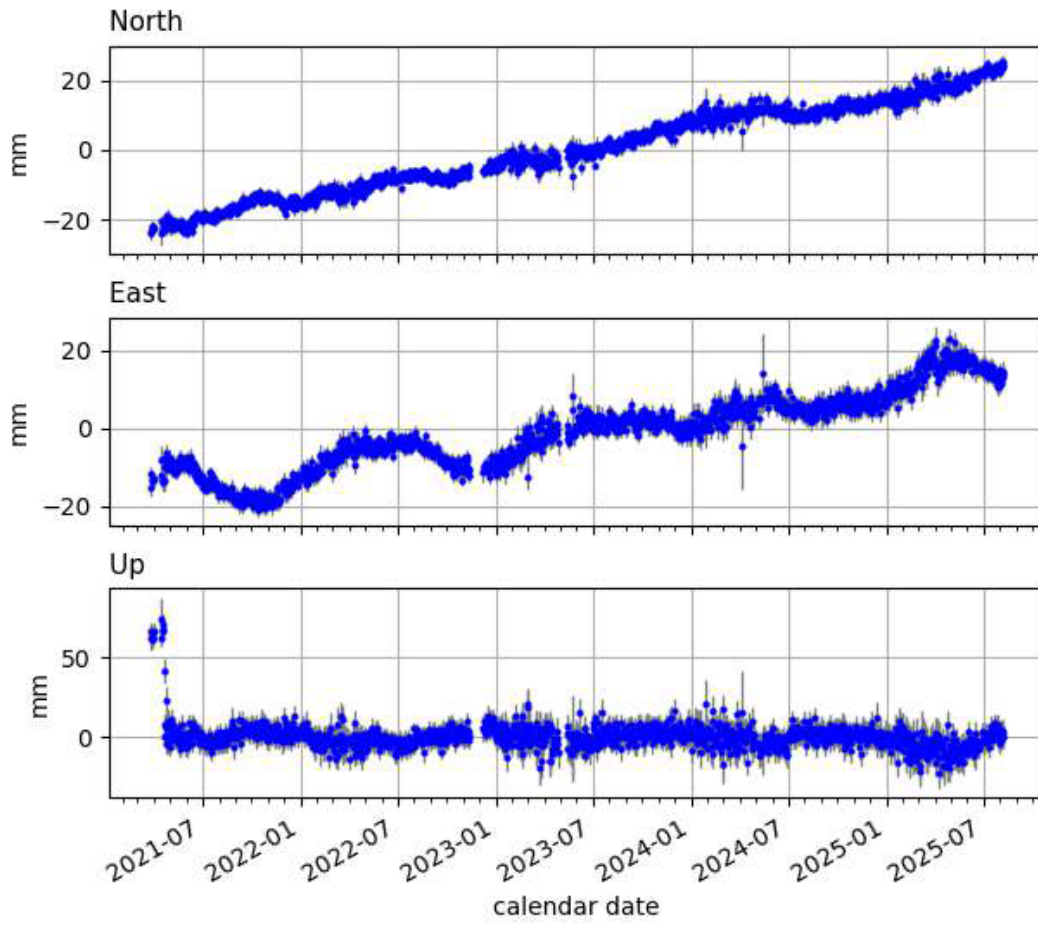
IKEC



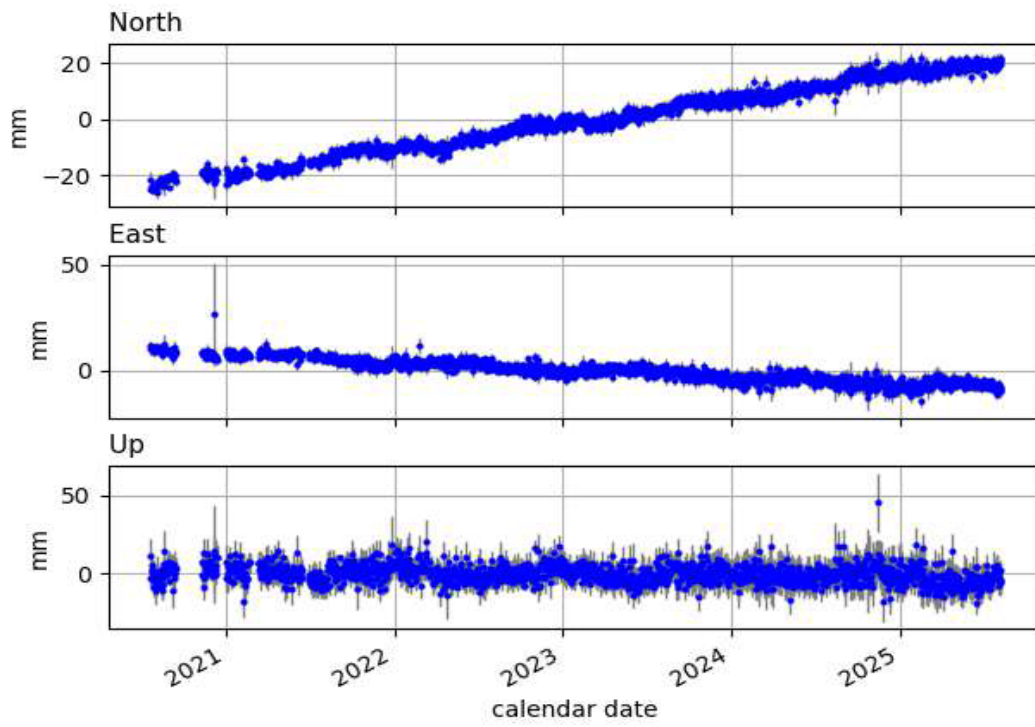
INEC



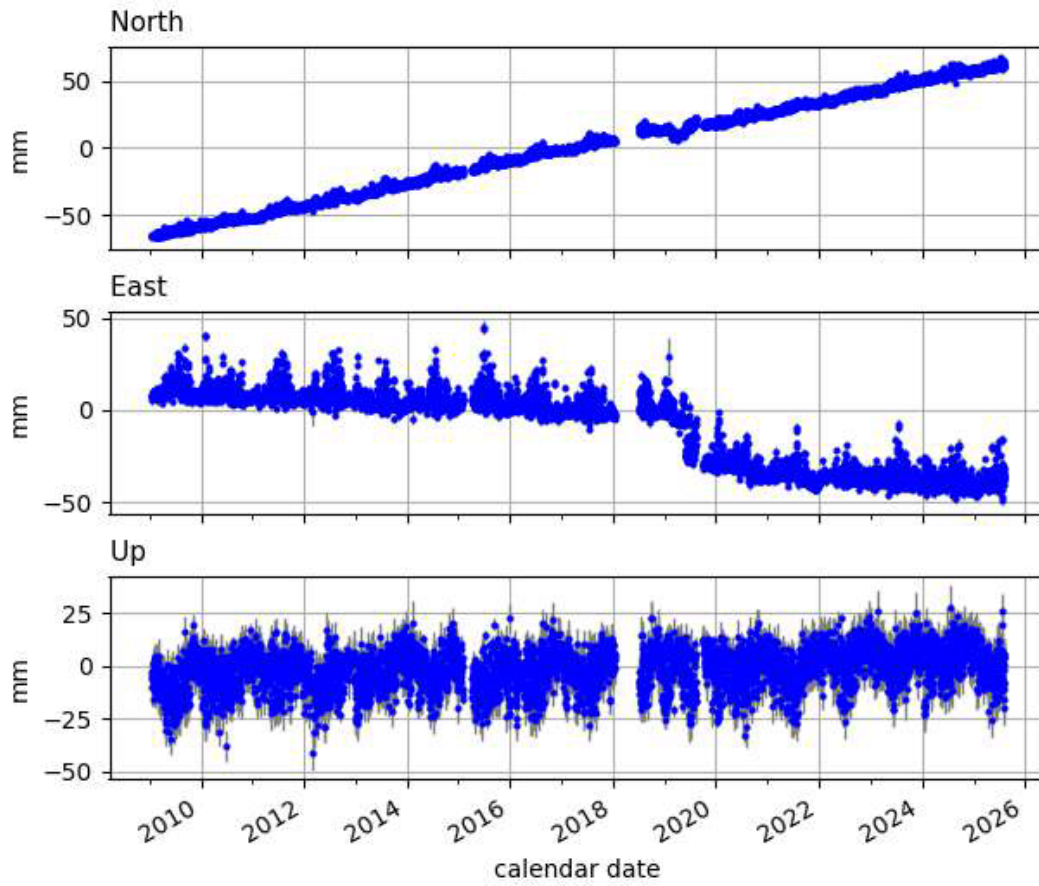
JNEC



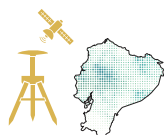
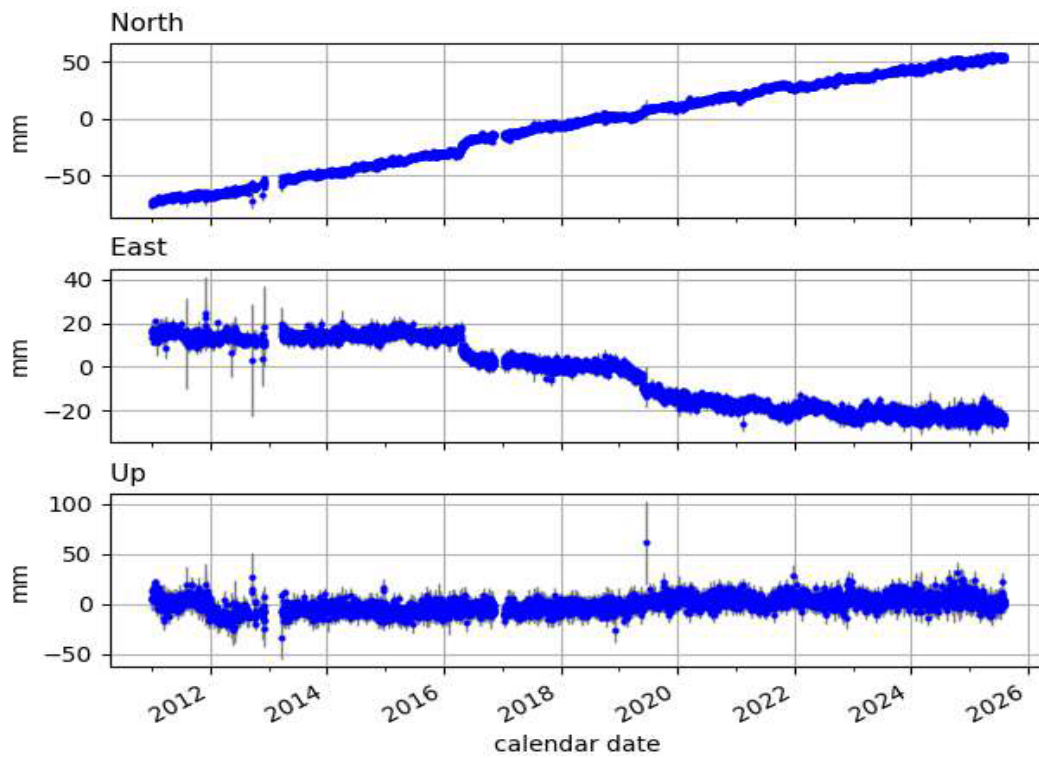
LAEC



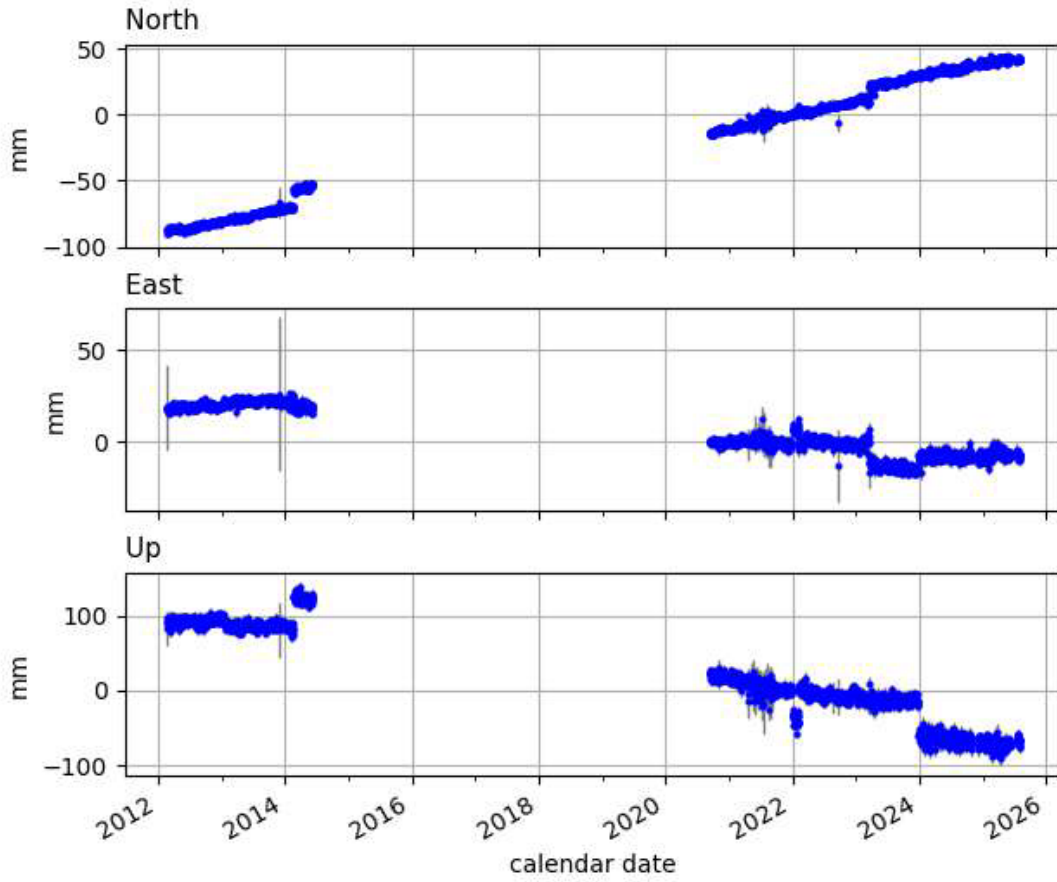
LJEC



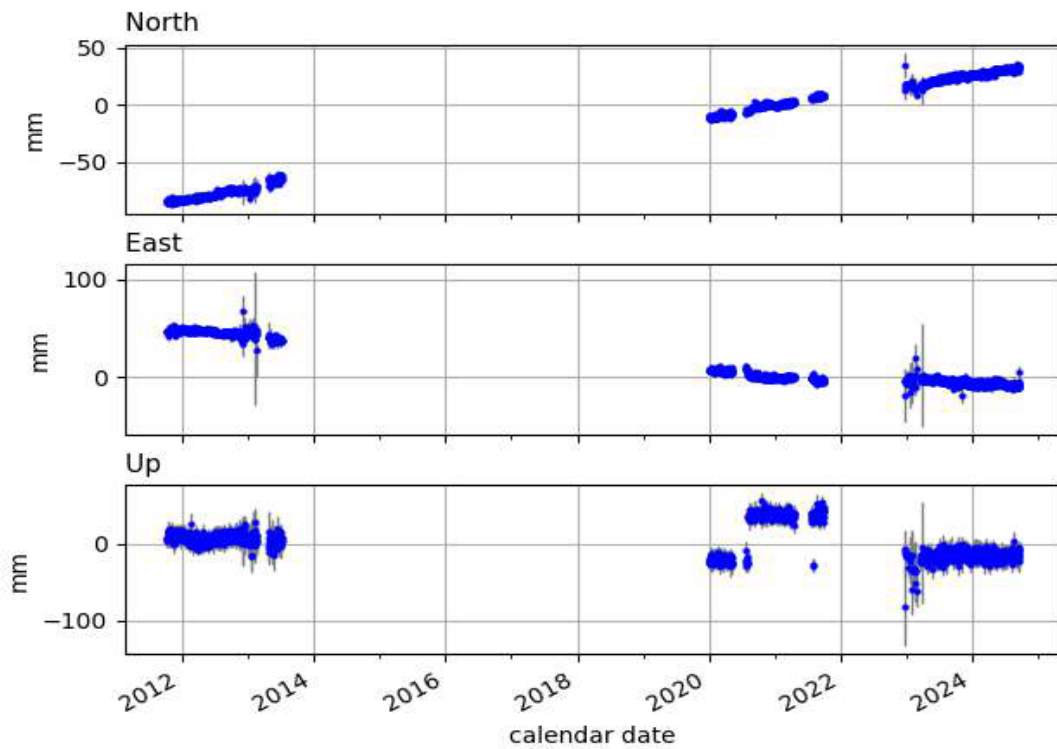
MAEC



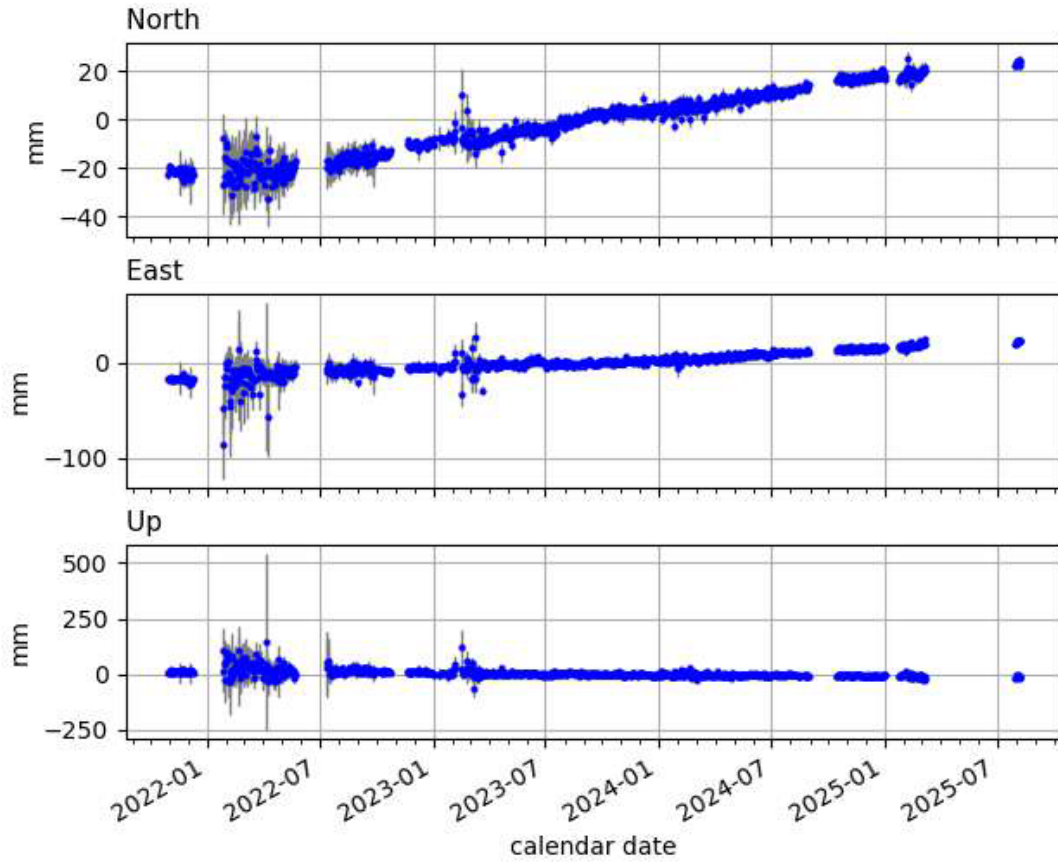
MHEC



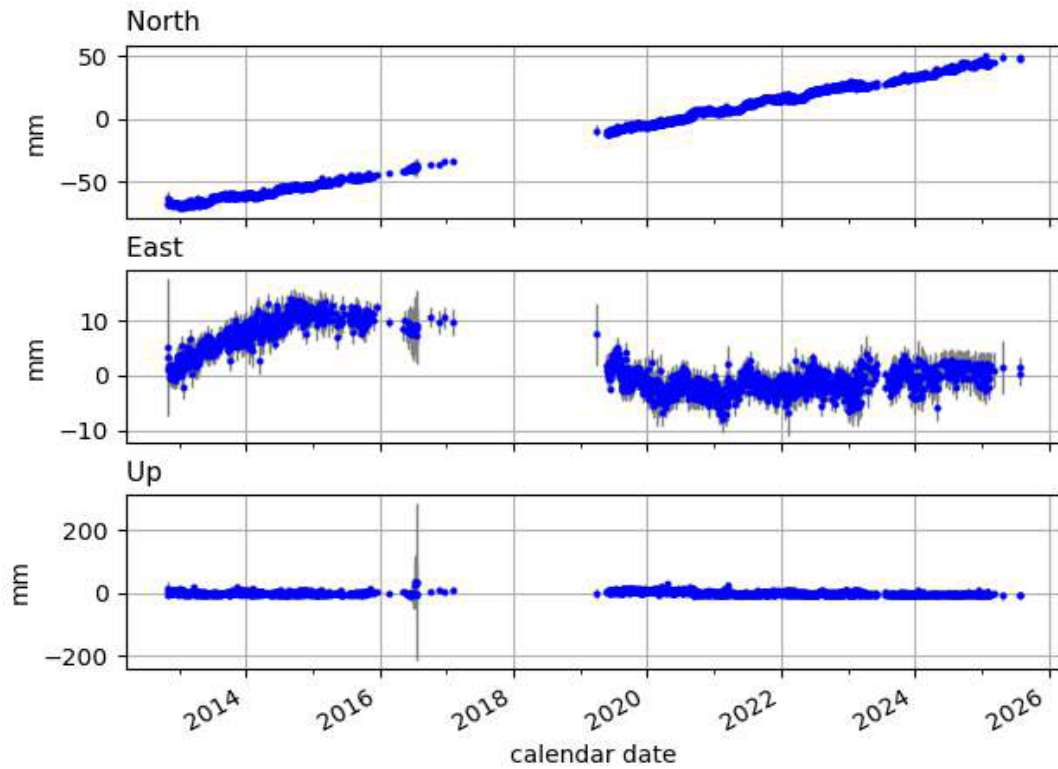
MTEC



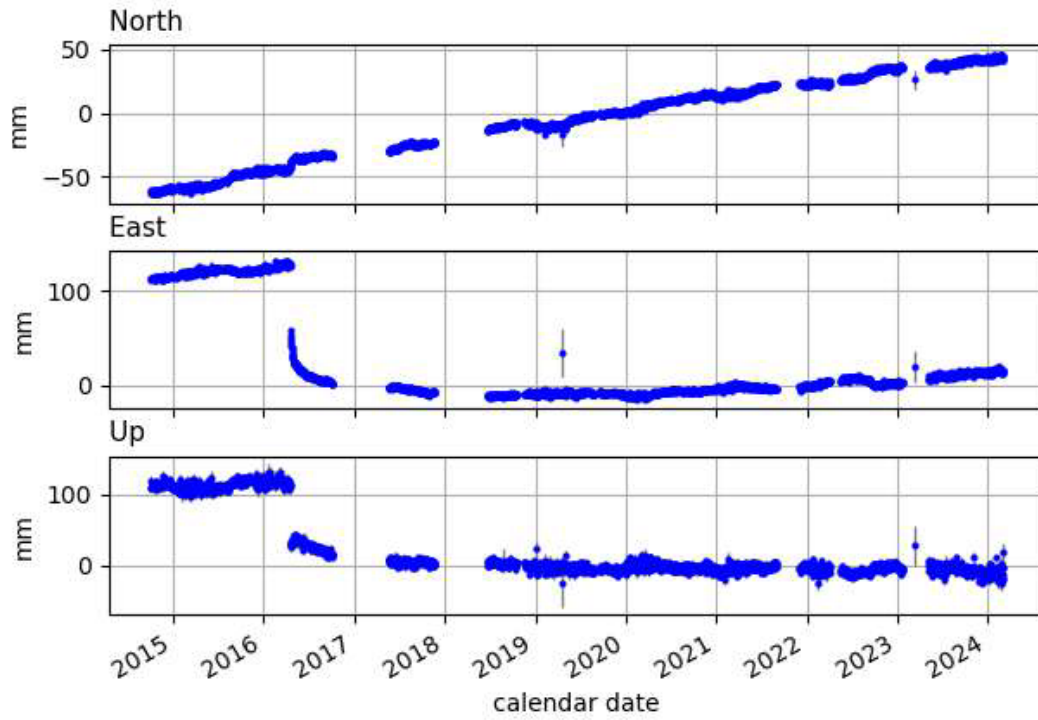
MUEC



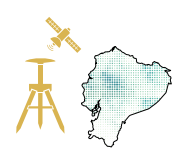
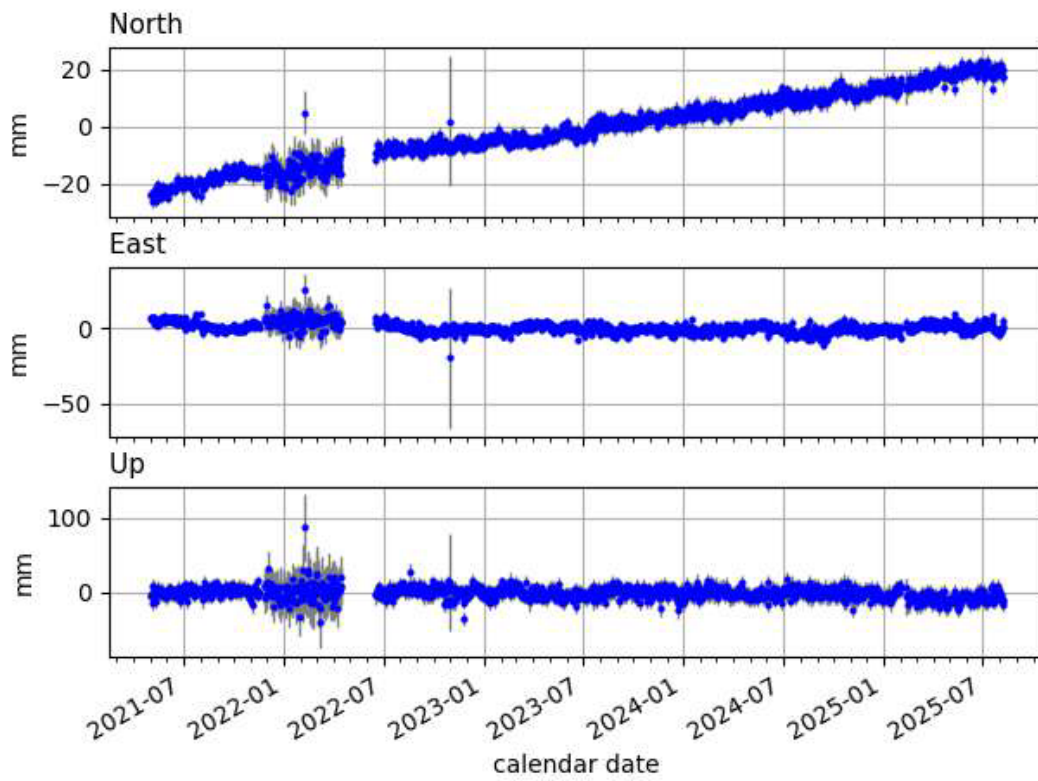
NJEC



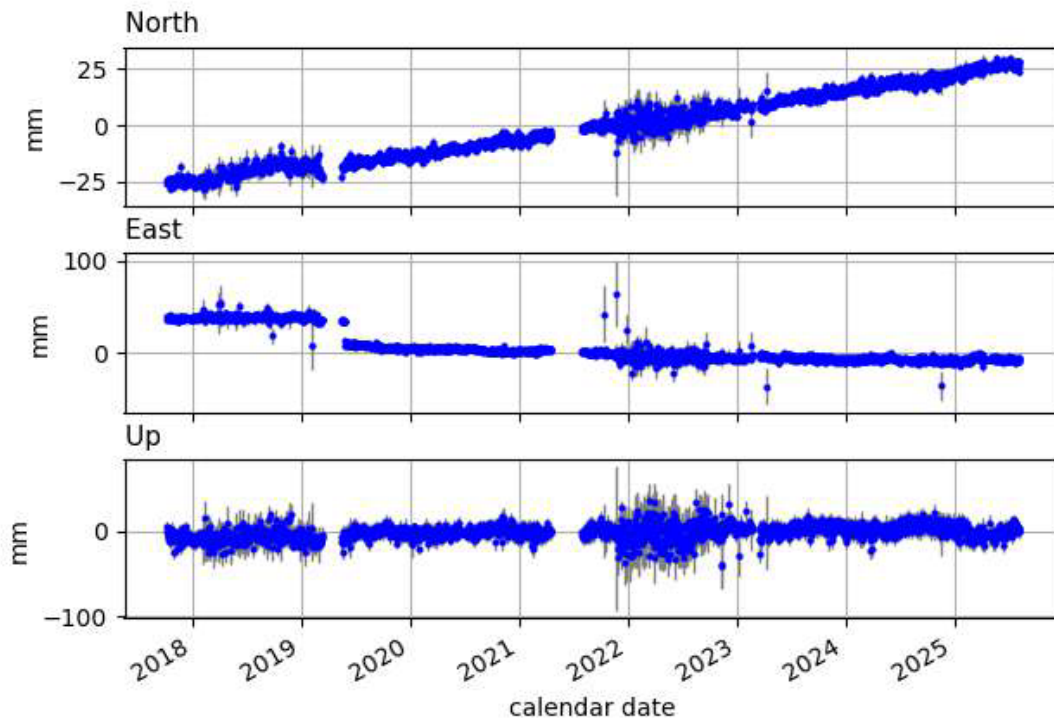
ONEC



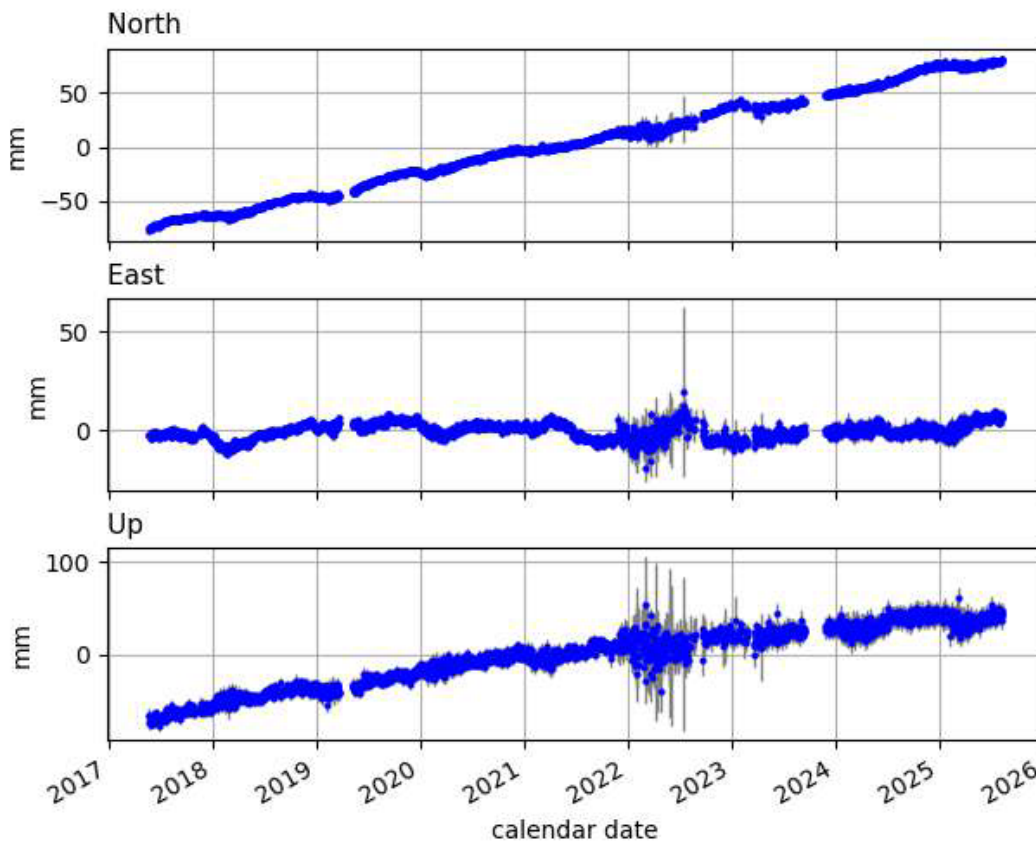
PIEC



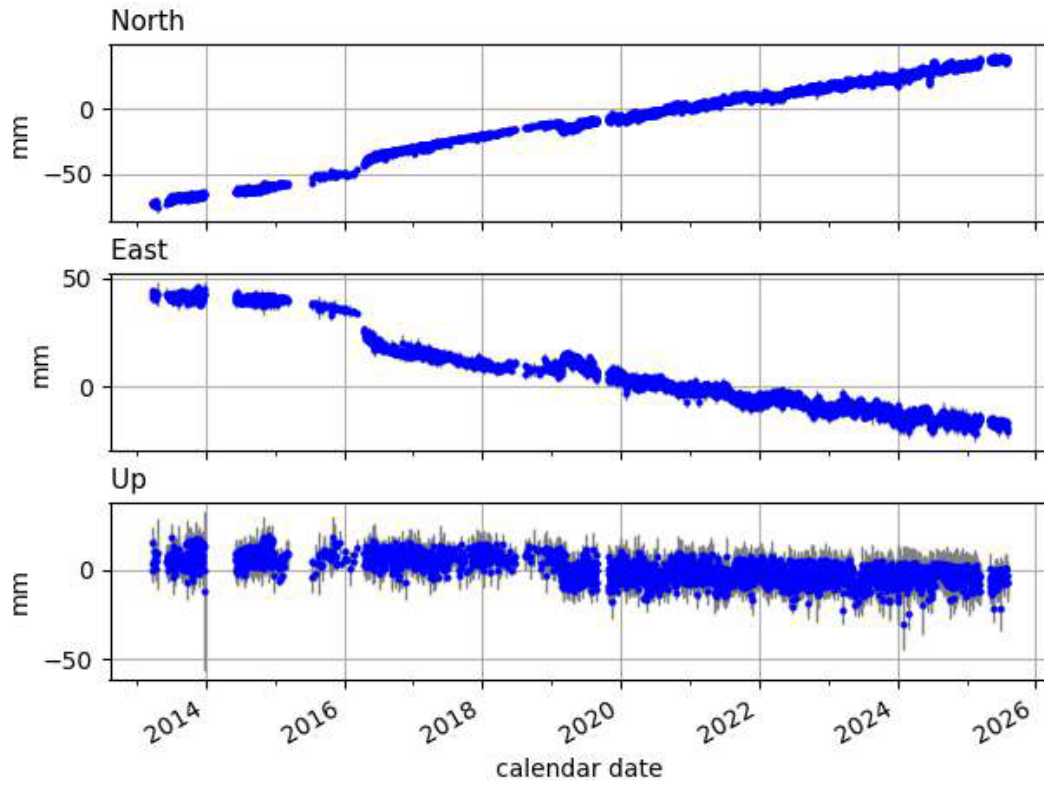
PLEC



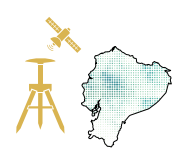
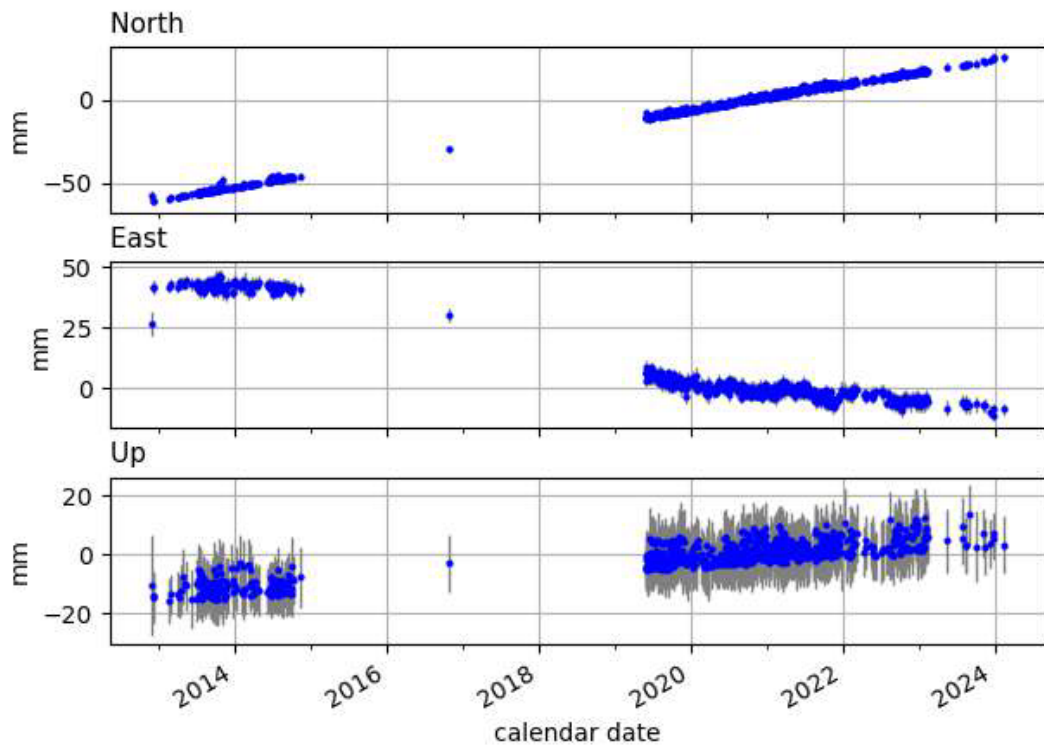
POEC



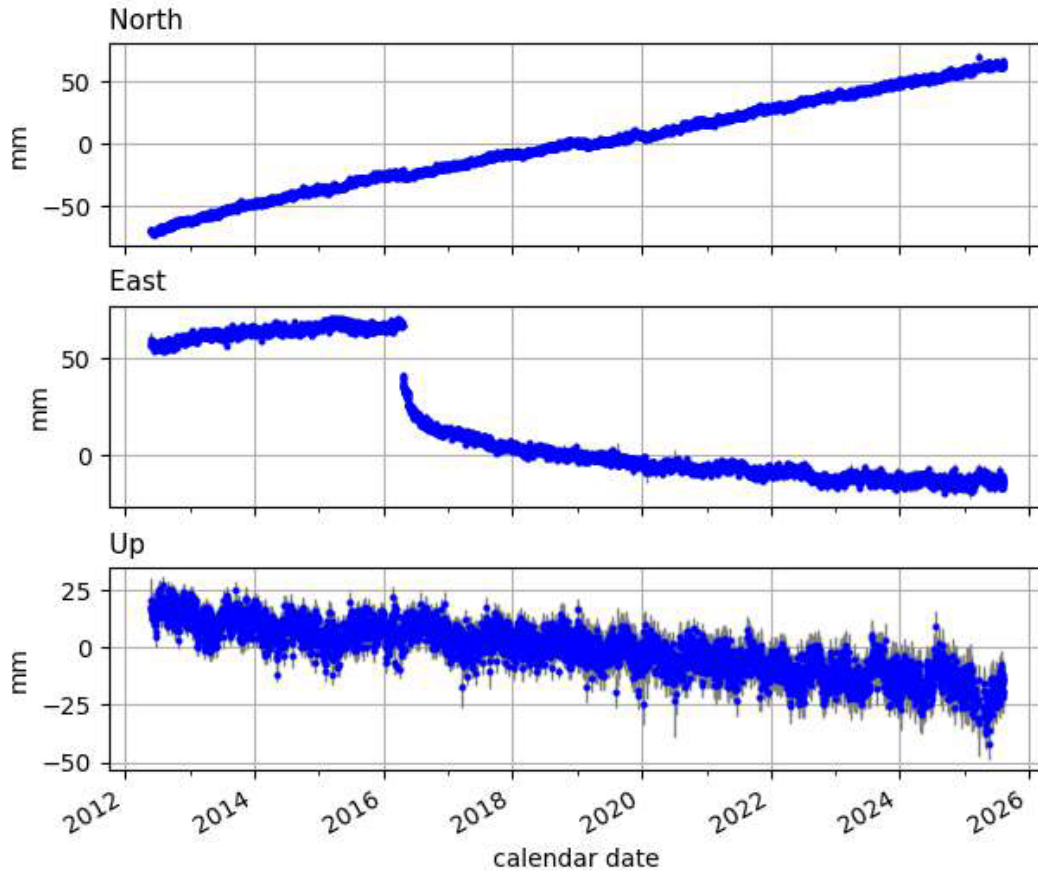
PREC



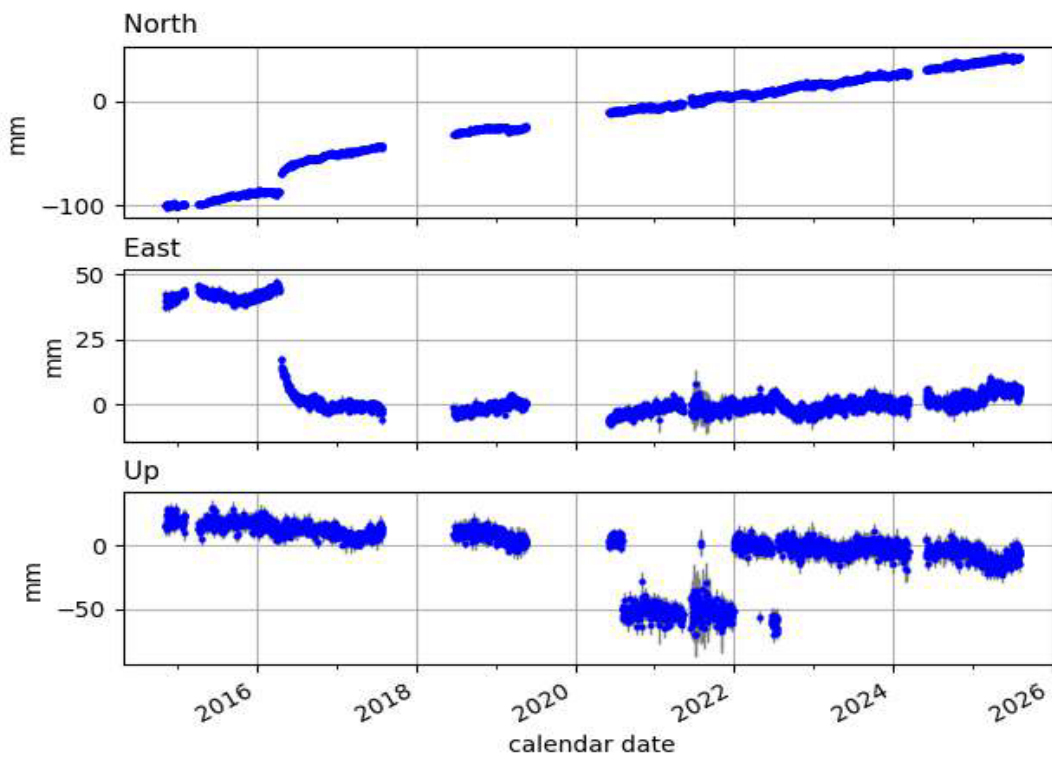
GZEC



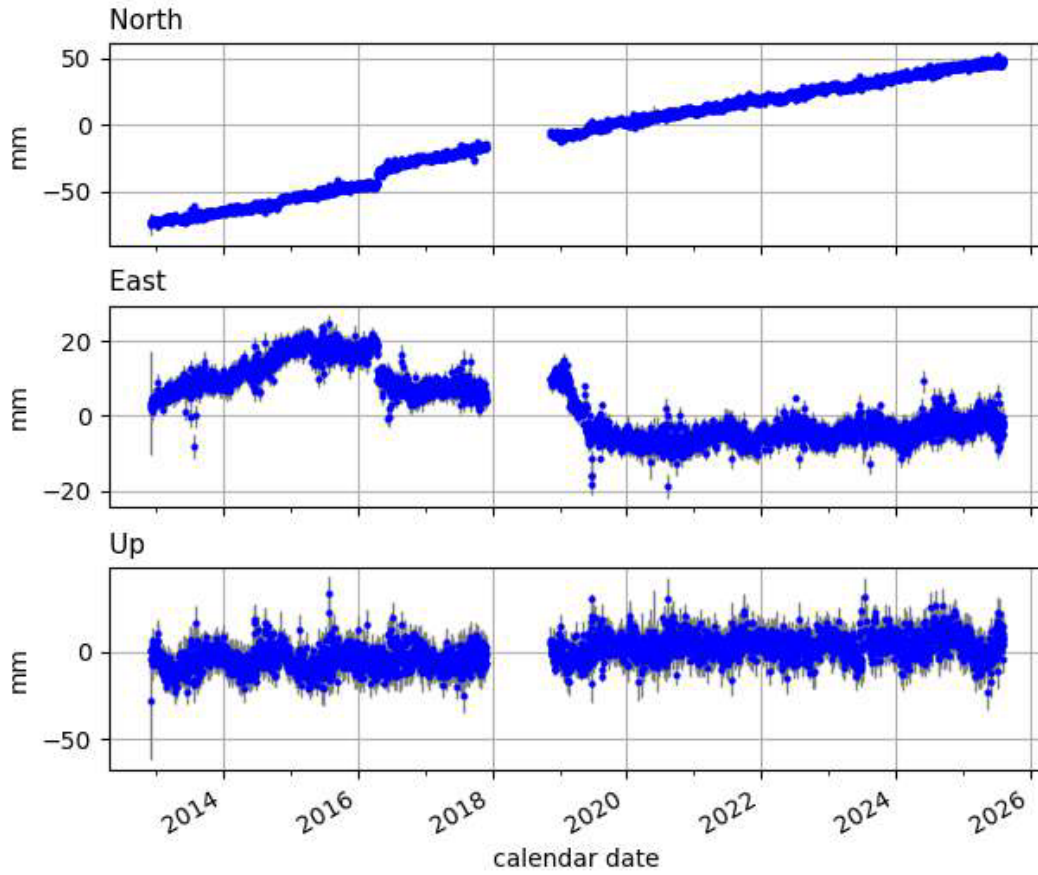
IBEC



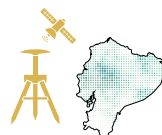
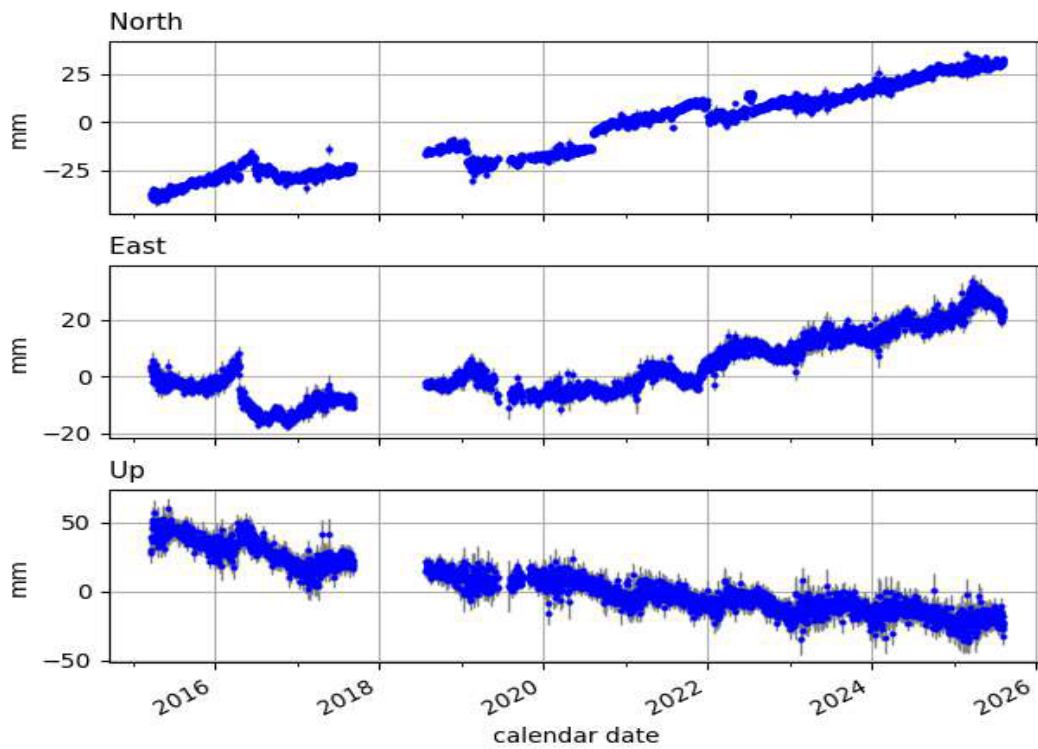
ABEC



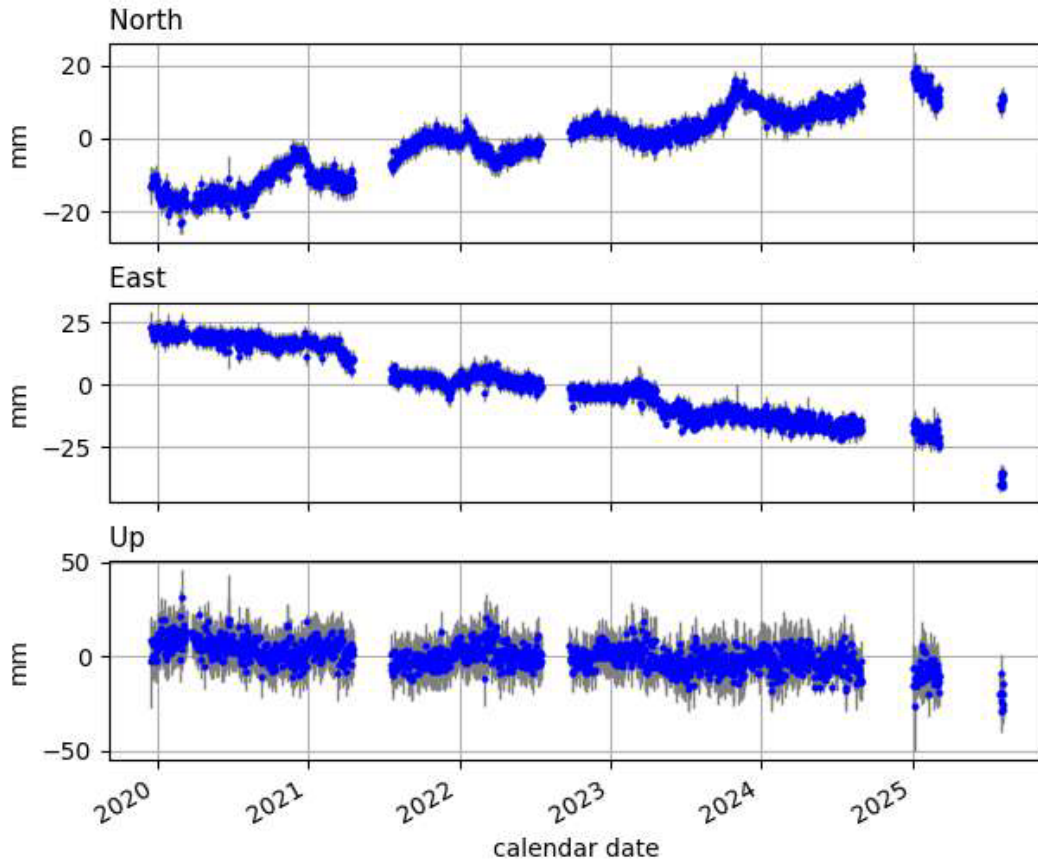
ALEC



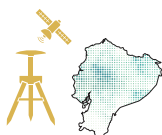
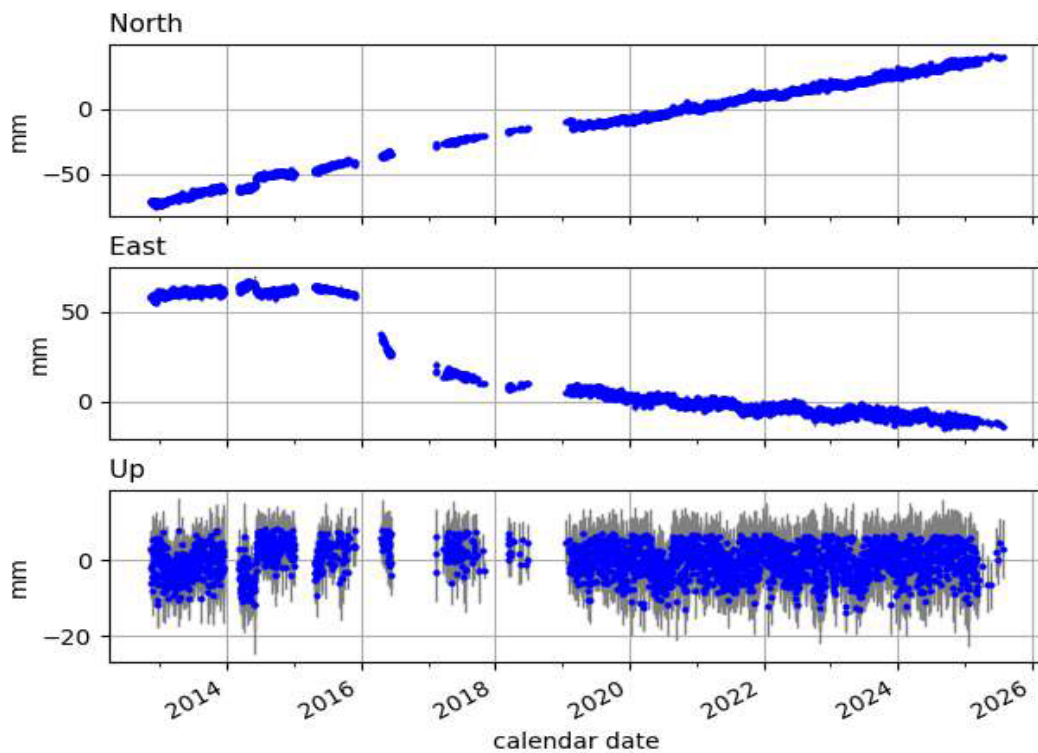
BHEC



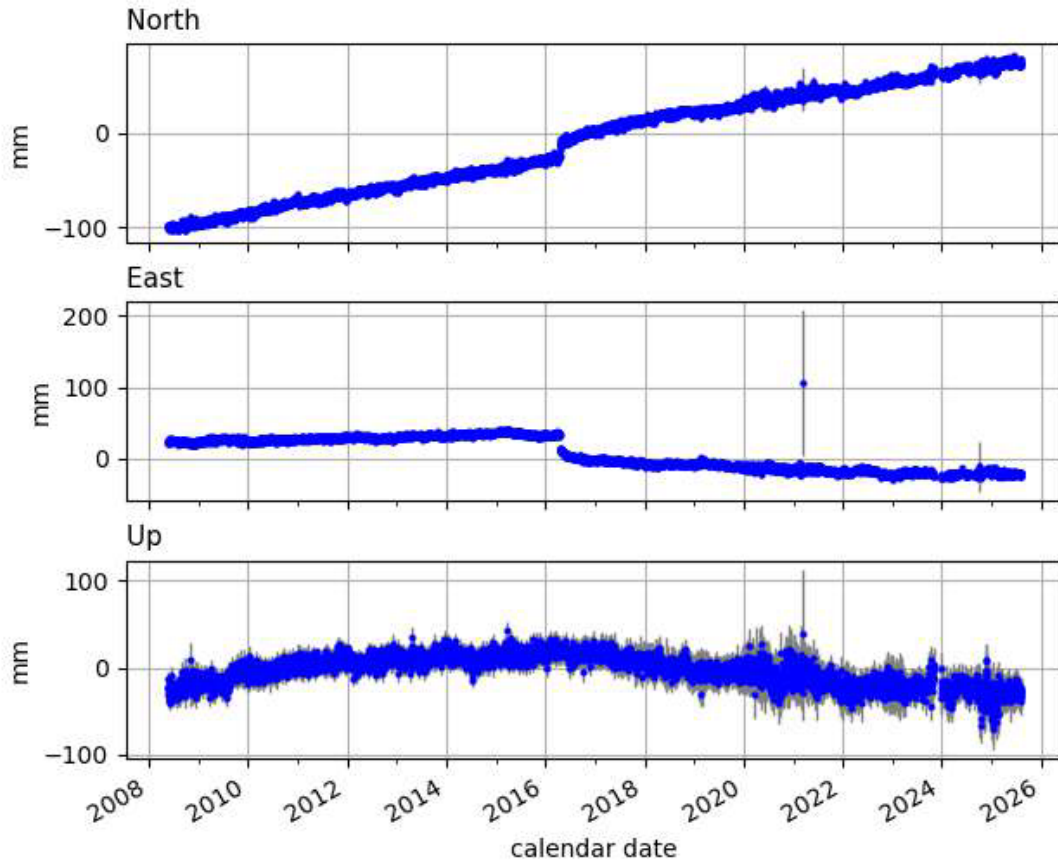
CEEC



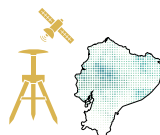
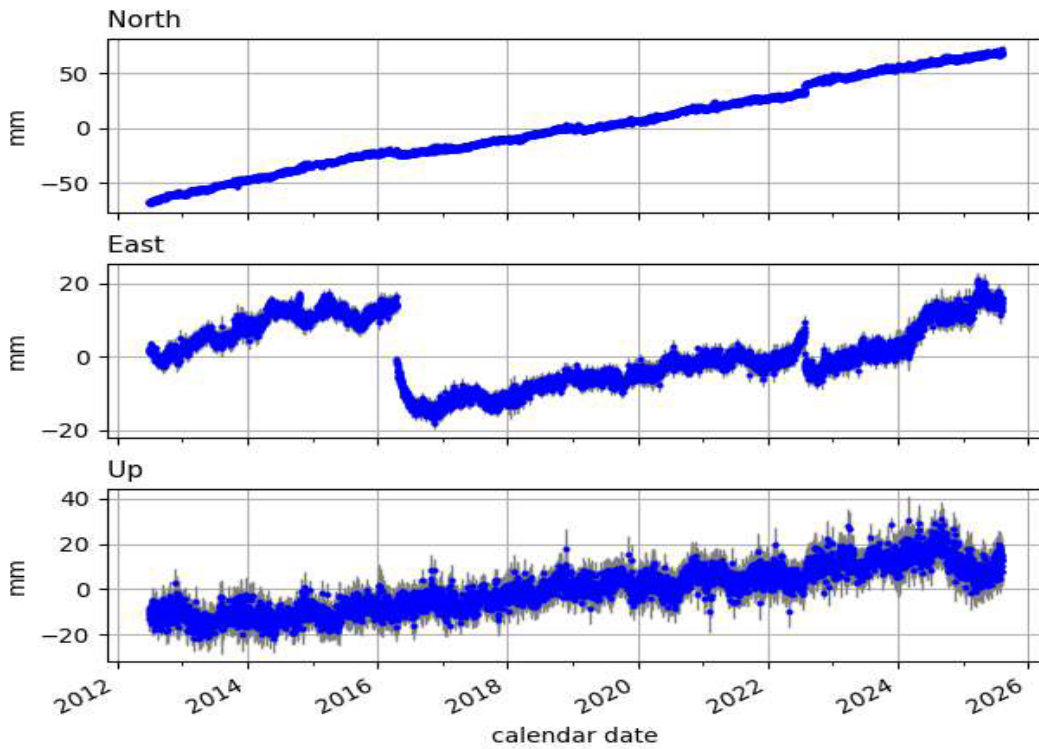
CHEC



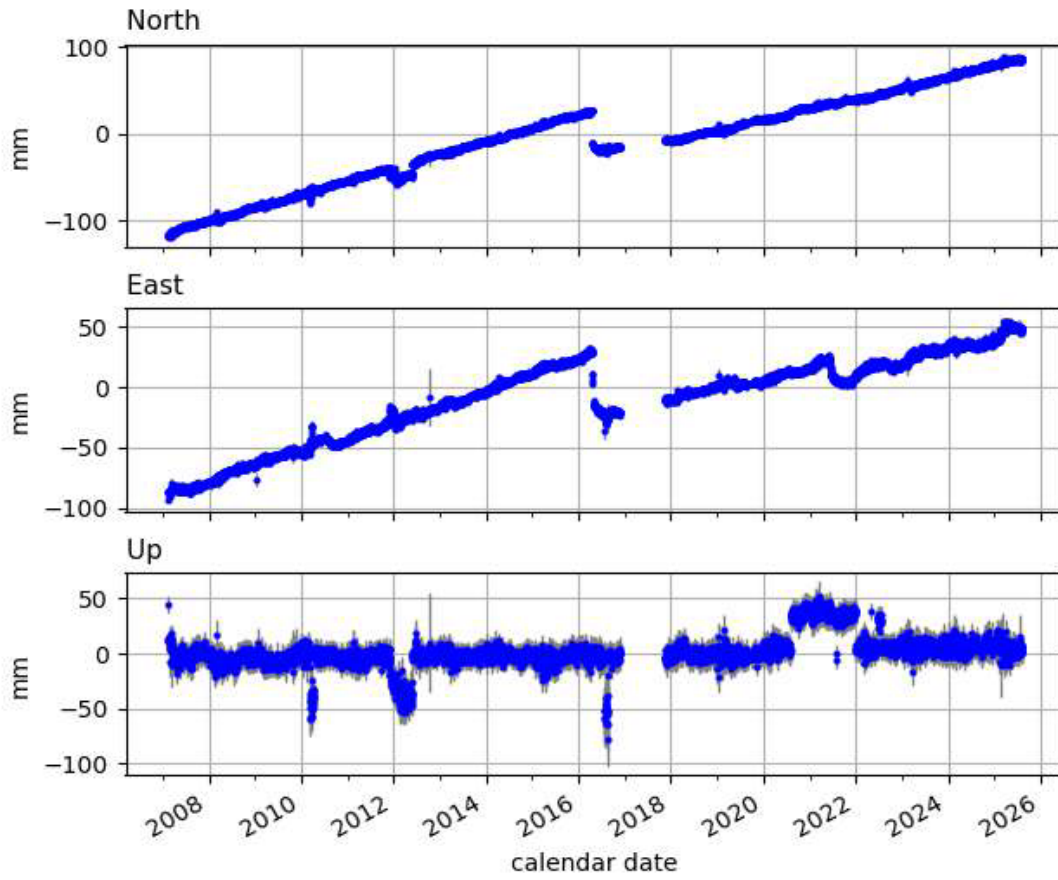
CNEC



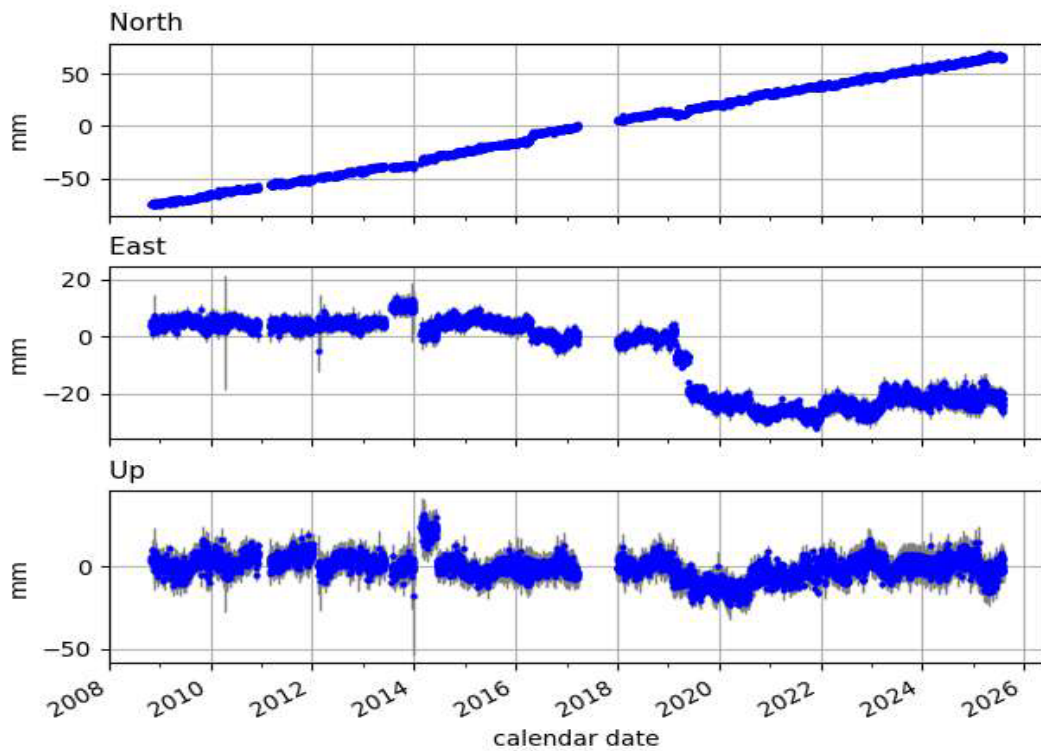
COEC



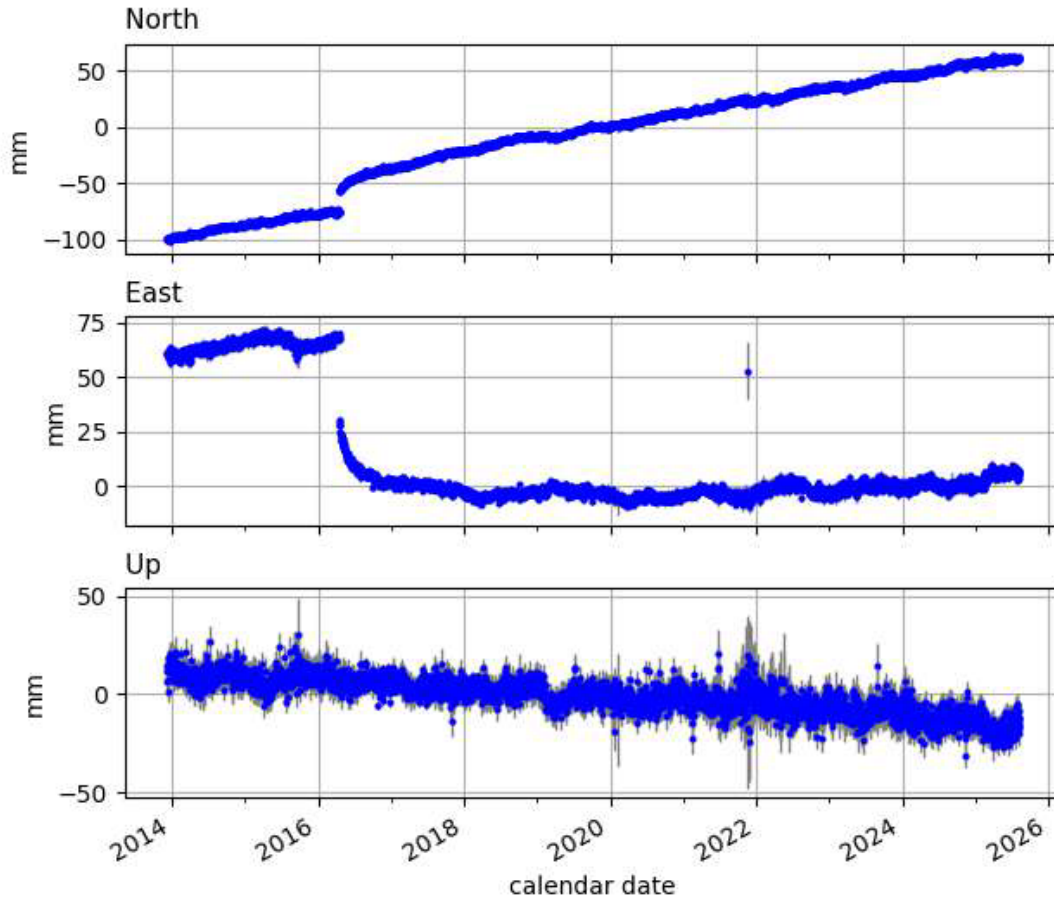
CSEC



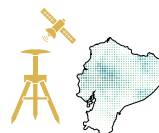
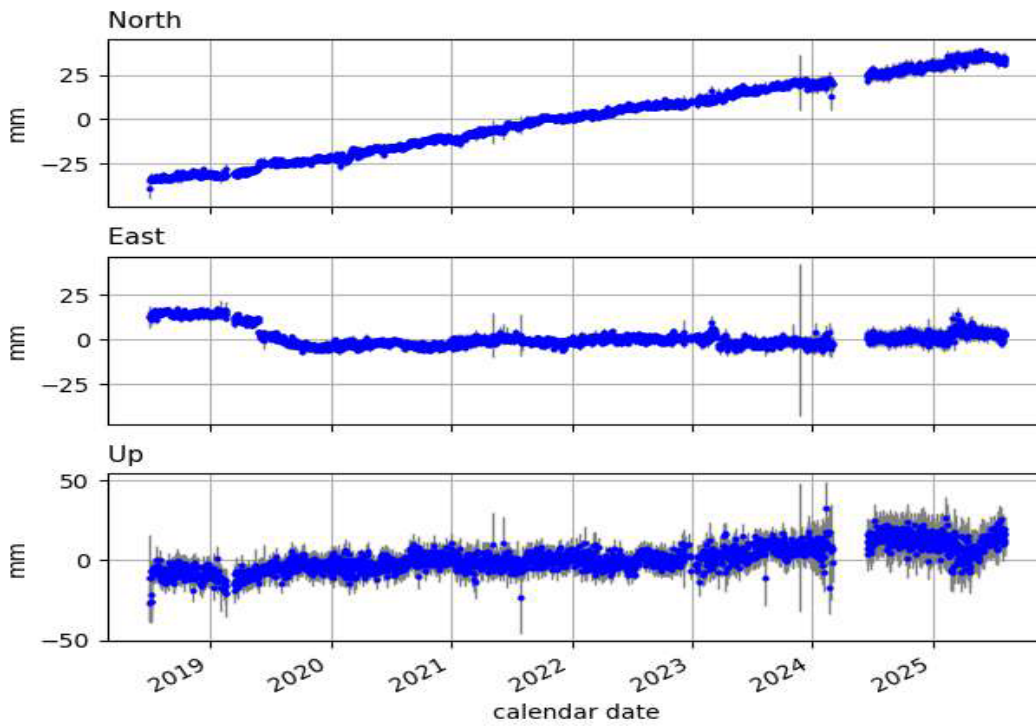
CUEC



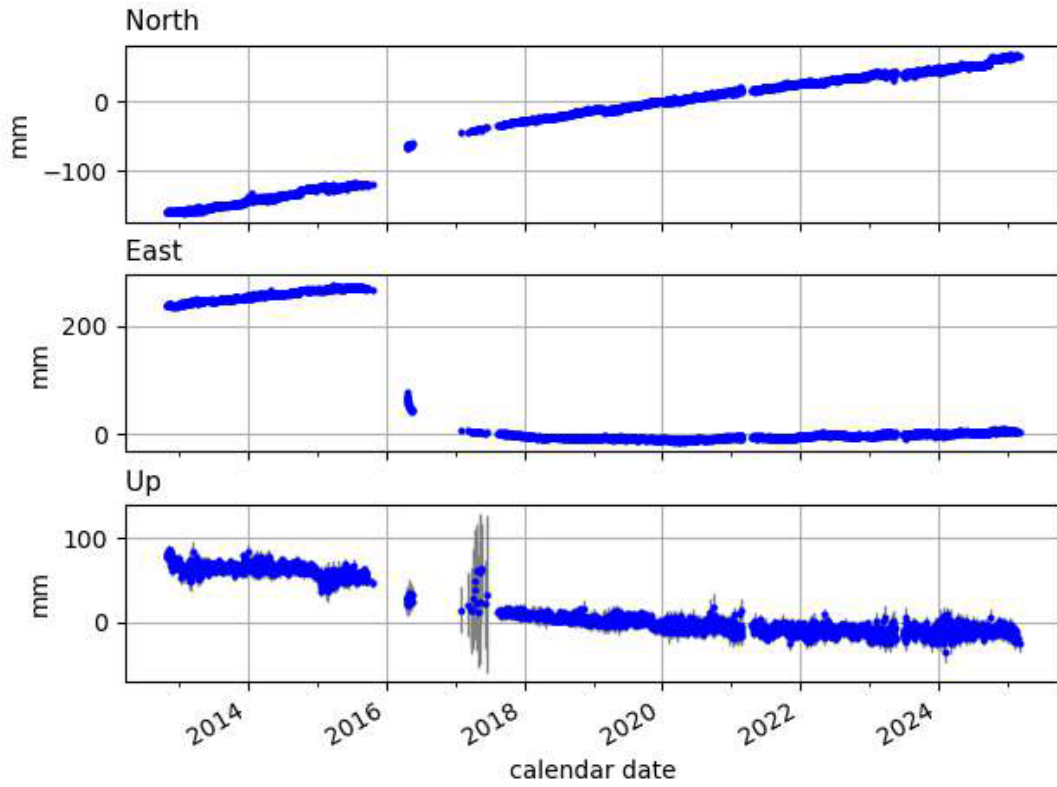
CXEC



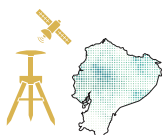
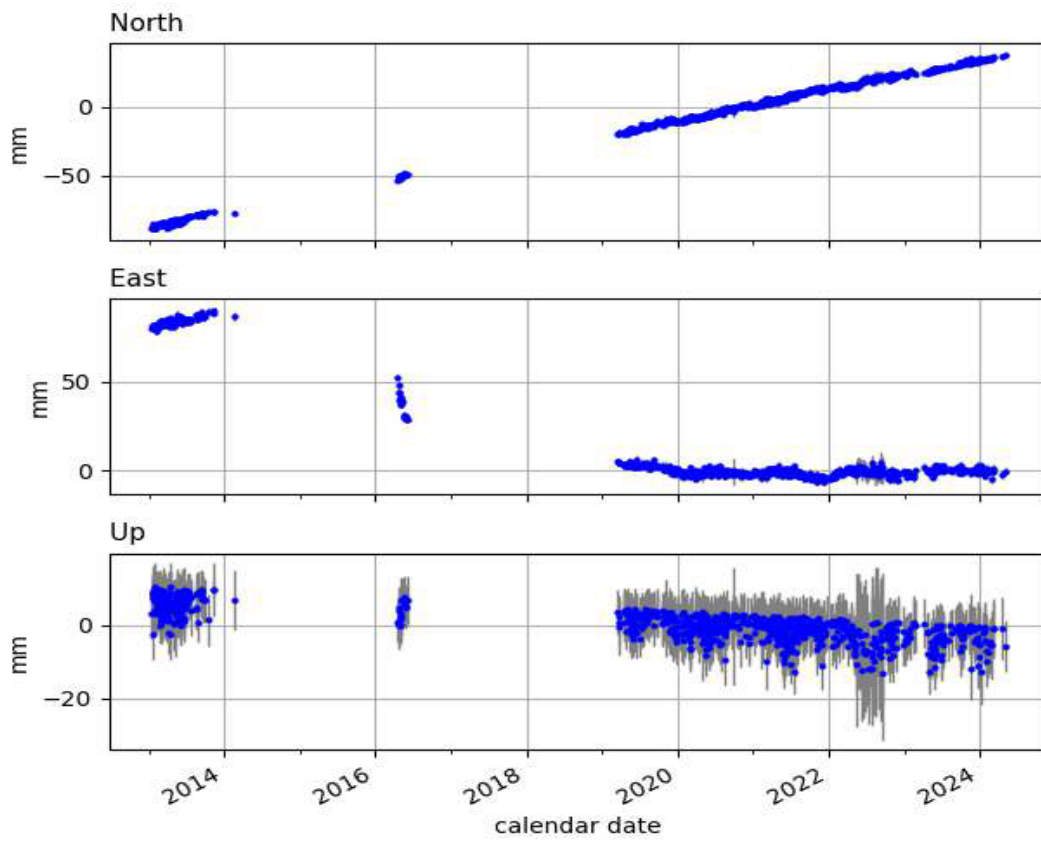
DPEC



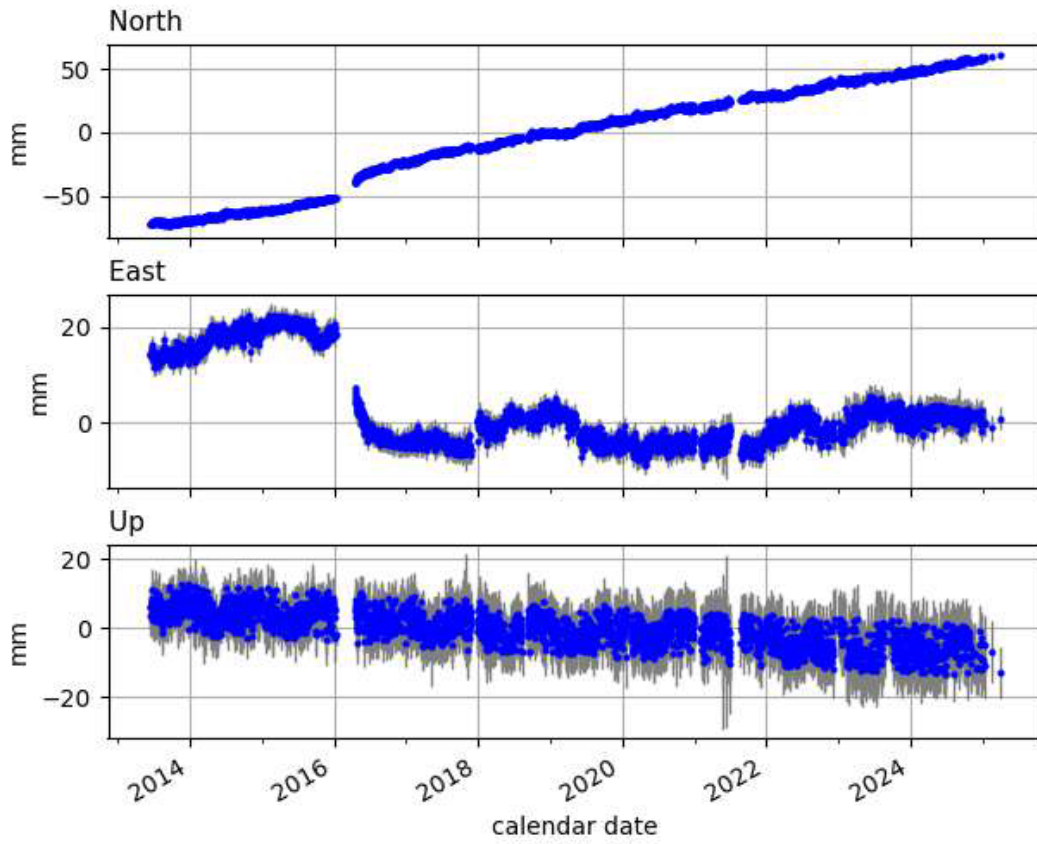
ECEC



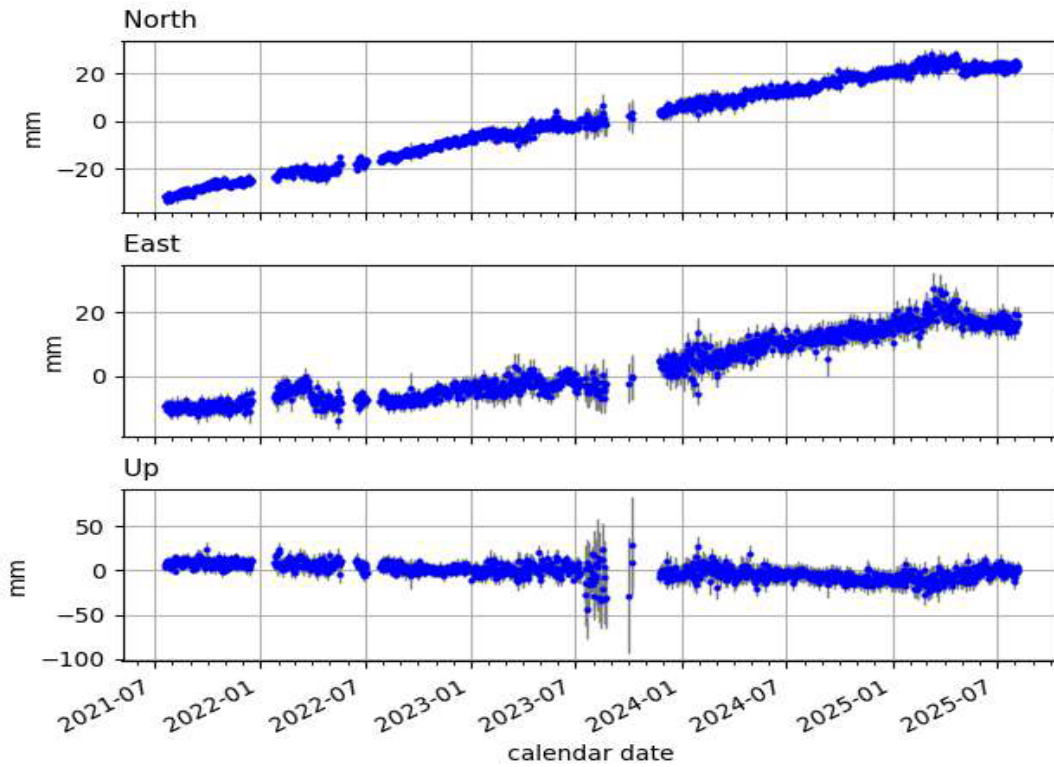
EPEC



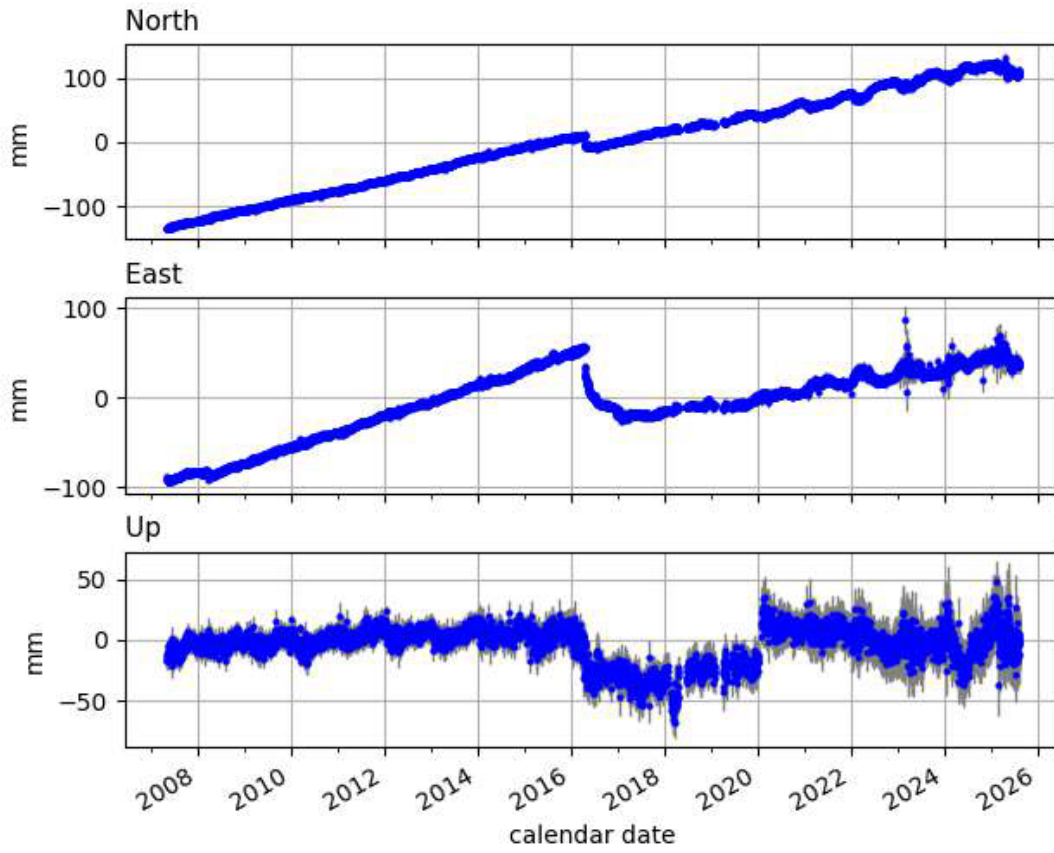
EREC



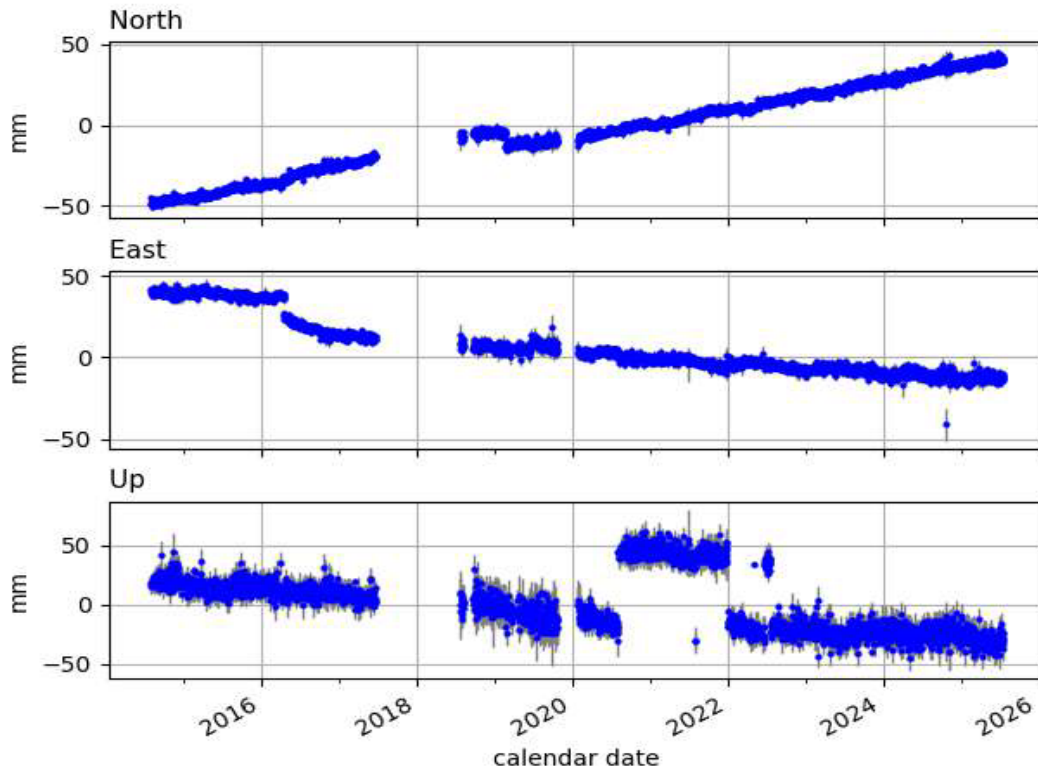
ESEC



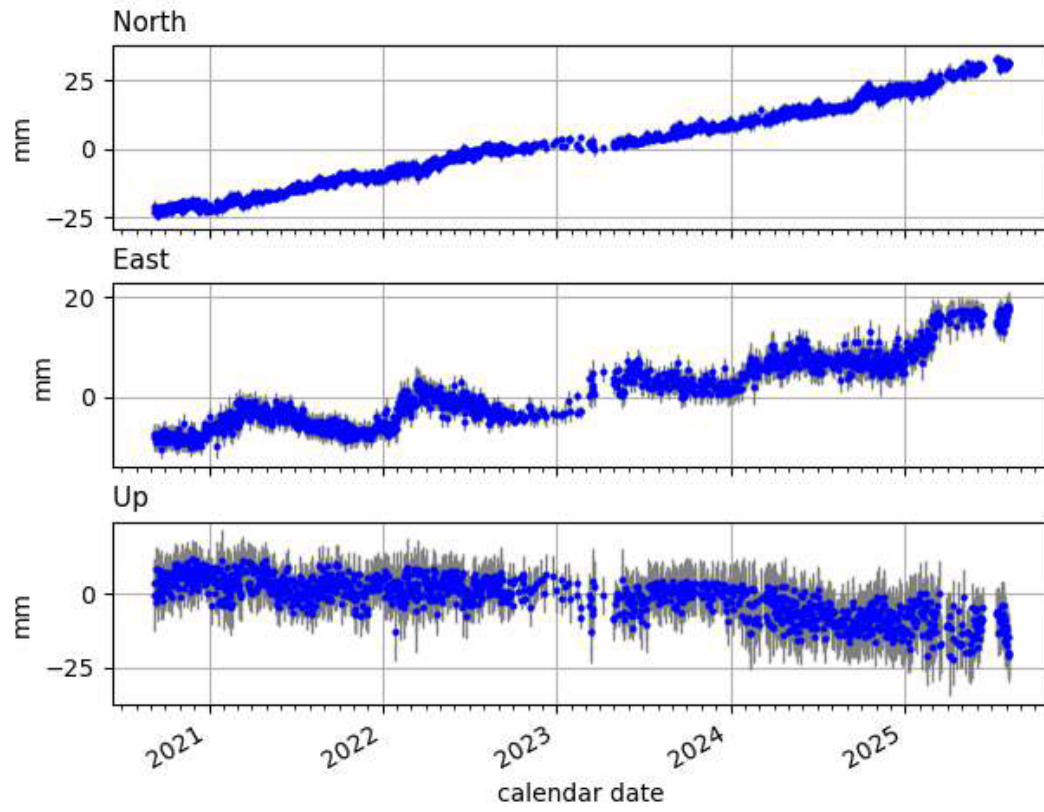
ESMR



FOEC



GQEC



CONTROL VERTICAL





MARCO DE REFERENCIA GEODÉSICO VERTICAL DE ECUADOR

Sumario

1. Antecedentes:	99
2. Introducción	99
3. Generalidades	103
4. Aspectos teóricos	106
4.1. Teoría de los errores	106
4.1.1. Errores groseros	106
4.1.2. Errores sistemáticos	107
4.1.3. Errores accidentales	107
4.2. Ajuste de observaciones	107
4.2.1. Modelo Matemático	107
4.3. El Método de Mínimos Cuadrados (MMC)	108
4.3.1. El principio del Método de Mínimos Cuadrados	109
4.3.2. Método paramétrico	110
4.3.3. Método de correlatos	111
5. Organización y depuración de la base de datos de Control Vertical	112
6. Detección de outliers.....	113
7. Interpolación gravimétrica	114
8. Ajuste de la Red de Control Vertical en función de alturas niveladas	118
9. Números geopotenciales.....	122
10. Ajuste de la Red de Control Vertical en función de números geopotenciales	122
10.1. Ajuste de nodos (red)	123
10.2. Ajuste de líneas	125
10.3. Alturas ortométricas	127
11. Análisis de resultados	128
12. Conclusiones	140
13. Recomendaciones	141

Índice de ilustraciones

Ilustración 1: Mapa de localización	101
Ilustración 2: Datum Vertical Ecuatoriano	103
Ilustración 3: Red de Control Vertical de Ecuador	105
Ilustración 4: Estaciones gravimétricas absolutas	106
Ilustración 5: Estaciones gravimétricas fundamentales	106
Ilustración 6: Organización y depuración de la base de datos de Control Vertical	112
Ilustración 7: Anomalías de Bouguer observadas y modeladas	114
Ilustración 8: Correlación de anomalías de Bouguer observadas y del modelo XGM2019e ..	114
Ilustración 9: Proceso de interpolación gravimétrica	115
Ilustración 10: Referencias de nivel con y sin observación de gravedad	116
Ilustración 11: Precisión de la gravedad interpolada	117
Ilustración 12: Alturas niveladas ajustadas para los puntos nodales	120



Ilustración 13: Precisiones para las alturas niveladas ajustadas de los puntos nodales	120
Ilustración 14: Alturas niveladas ajustadas	121
Ilustración 15: Precisiones para las alturas niveladas ajustadas	121
Ilustración 16: Errores de cierre para las alturas niveladas ajustadas (m)	121
Ilustración 17: Esquema de una línea de nivelación	122
Ilustración 18: Proceso para el ajuste de la Red de Control Vertical	123
Ilustración 19: Esquema computacional para la compensación de la Red de Control Vertical.	124
Ilustración 20: Alturas normales ajustadas de los puntos nodales	125
Ilustración 21: Precisiones para las alturas normales ajustadas de los puntos nodales	125
Ilustración 22: Precisiones para las alturas normales ajustadas de las referencias de nivel	126
Ilustración 23: Alturas normales ajustadas de las referencias de nivel	126
Ilustración 24: Errores de cierre para las alturas normales ajustadas (m)	127
Ilustración 25: Alturas ortométricas ajustadas para las referencias de nivel	128
Ilustración 26: Errores de cierre para las alturas ortométricas ajustadas (m)	128
Ilustración 27: Registros gravimétricos en la región IHRF	129
Ilustración 28: Diferencias entre alturas niveladas y físicas en función de la elevación	130
Ilustración 29: Diferencias entre alturas niveladas y físicas en función de la longitud	130
Ilustración 30: Diferencias entre alturas elipsoidales y físicas en función de la elevación	134
Ilustración 31: Diferencias entre alturas elipsoidales y físicas en función de la longitud	135
Ilustración 32: Anomalías de altura de la RCVE	136
Ilustración 33: Alturas geoidales de la RCVE	136
Ilustración 34: Anomalías de altura y geoidales medias en función de rangos de altitud	136
Ilustración 35: Altitudes medias Vs. rangos de anomalías de alturas/alturas geoidales	137
Ilustración 36: $H^0 - H^N$ Vs. altitud	138
Ilustración 37: $H^0 - H^N$ Vs. longitud	139
Ilustración 38: Diferencias entre alturas geoidales y anomalías de altura.....	139

Índice de tablas

Tabla 1: Principales características de la RCVE hasta 2019	104
Tabla 2: Principales características actuales de la Red de Control Vertical	104
Tabla 3: Estadísticas para las diferencias $\Delta_{g_{obs}} - \Delta_{g_{XGM2019e}}$ antes y después del filtrado de outliers	113
Tabla 4: Estadísticas para las diferencias $\Delta_{g_{interp.}} - \Delta_{g_{XGM2019e}}$	117
Tabla 5: Precisiones de la interpolación gravimétrica	117
Tabla 6: Precisiones de las alturas niveladas ajustadas para los puntos nodales	120
Tabla 7: Precisiones de las alturas niveladas ajustadas para las referencias de nivel	120
Tabla 8: Precisiones de los números geopotenciales y alturas normales para los puntos nodales	125
Tabla 9: Precisiones de los números geopotenciales y alturas normales para las referencias de nivel	126
Tabla 10: Errores de cierre para la Red de Control Vertical	131
Tabla 11: Estadísticos para las diferencias entre alturas niveladas y físicas	132
Tabla 12: Estadísticos para las diferencias entre alturas elipsoidales y alturas físicas	134
Tabla 13: Anomalías de altura y alturas geoidales medias Vs. rangos de elevación	137
Tabla 14: Elevaciones medias Vs. rangos de anomalías de altura y alturas geoidales	137
Tabla 15: Estadísticos para las diferencias entre alturas ortométricas y normales	138



Siglas

DV – Datum Vertical

DVE – Datum Vertical Ecuatoriano

DVG – Datum Vertical Global

DVL – Datum Vertical Local

IAG – International Association of Geodesy

IGM-Ec - Instituto Geográfico Militar de Ecuador

IGSN71 - International Gravity Standardization Net - 1971

IHRF – International Height Reference Frame

IHRF – International Height Reference Frame

MGR – Marco Geodésico de Referencia

MMC – Método de Mínimos Cuadrados

NMM – Nivel Medio del Mar

PVCG - Problema de Valor de Contorno de la Geodesia

RN – Referencias de Nivel

RNFE – Red de Nivelación Fundamental de Ecuador

SGrR - Sistema Gravimétrico de Referencia

SVR – Sistema Vertical de Referencia



INSTITUTO GEOGRÁFICO MILITAR

DIRECCIÓN CARTOGRÁFICA

MARCO DE REFERENCIA GEODÉSICO VERTICAL DE ECUADOR

ANÁLISIS Y PROCESAMIENTO DE REGISTROS ALTIMÉTRICOS/ GRAVIMÉTRICOS, AJUSTE DE NÚMEROS GEOPOTENCIALES, CÁLCULO DE ALTURAS FÍSICAS DE LA RED DE CONTROL VERTICAL DE ECUADOR

Carrión Sánchez, José Luis
Instituto Geográfico Militar
jose.carrion@geograficomilitar.gob.ec

Flores Estrella, Fredy Cristóbal
Instituto Geográfico Militar
fredy.flores@geograficomilitar.gob.ec

Rodríguez Cevallos, Freddy Gonzalo
Instituto Geográfico Militar
freddy.rodriguez@geograficomilitar.gob.ec

Pozo Flores, Édison Miguel
Instituto Geográfico Militar
miguel.pozo@geograficomilitar.gob.ec

Abril 2026



1. Antecedentes:

- Memorando Nro. IGM-DCAR-2025-1186-M del 1 de octubre de 2025, en el cual el Tcnr. Freddy Romero, Director Cartográfico, dispone al Proceso de Geodesia, emitir una planificación detallada para el desarrollo e implementación del Marco de Referencia Vertical.
- Memorando Nro. IGM-DCAR-2025-1199-M del 6 de octubre de 2025, mediante el cual el Ing. José Carrión, encargado del Subproceso de Control Vertical, informa al Tcnr. Freddy Romero, Director Cartográfico, sobre los trabajos realizados para la implementación de la componente vertical del Marco de Referencia Geodésico Nacional.
- Memorando Nro. IGM-DCAR-2025-1240-M del 22 de octubre de 2025, en el cual el Tcnr. Freddy Romero, Director Cartográfico, dispone al Ing. José Carrión, presentar hasta el 31 de octubre de 2025, el informe técnico para la “Adopción del Marco de Referencia Vertical para el Ecuador”

2. Introducción

La Red de Control Vertical de Ecuador (RCVE) implementa el Sistema de Referencia Vertical (SRV) mediante la propagación de las diferencias de elevación desde el mareógrafo de La Libertad (Datum Vertical Ecuatoriano - DVE) para determinar alturas. La implementación de un SRV facilita, entre otras aplicaciones, la ejecución de proyectos de ingeniería y la creación de cartografía, ambas utilizando una referencia vertical oficial al representar la componente vertical del territorio.

El Instituto Geográfico Militar (IGM) ha determinado alturas niveladas en Ecuador mediante nivelación trigonométrica y nivelación geométrica desde los años 70. Desde entonces, el IGM-Ec ha trabajado en mantener y establecer puntos de referencia verticales a nivel nacional. Las actividades para establecer la Red de Control Vertical de Ecuador se han llevado a cabo conforme a las directrices de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) y bajo la supervisión del Grupo de Trabajo III del SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas). Estas directrices abordan aspectos relacionados con las precisiones mínimas requeridas, parámetros, estándares, métodos de cálculo, el Sistema de Referencia Geodésico (SRG), el sistema de marea permanente, el sistema de referencia gravimétrico (SRGr) y la implementación del Datum Vertical. Sin embargo, es fundamental tener en cuenta que estas directrices y recomendaciones deben adaptarse a las condiciones específicas de cada país.

Dado que las alturas niveladas son el insumo esencial y no el producto final, en la determinación del componente vertical de un Marco de Referencia Geodésico (MRG), es crucial señalar que, una vez determinadas las alturas niveladas, se deben realizar una serie de procedimientos, cálculos y observaciones adicionales. Los aspectos clave en la implementación de un MRG incluyen:

Datum Vertical (DV): Tradicionalmente establecido mediante observaciones de Nivel Medio del Mar (NMM) durante un período específico. Sin embargo, existe una tendencia hacia la adopción de una superficie de referencia global (superficie del campo gravitacional de la Tierra con geopotencial W_0) como datum vertical. La obtención y propagación de los números geopotenciales a lo largo de las líneas de nivelación que componen la Red de Control Vertical,

requiere observaciones gravimétricas en los puntos de nivelación. Las campañas gravimétricas deben realizarse vinculando las observaciones a un Sistema de Referencia Gravimétrica (SRGr), como la Red Internacional de Normalización Gravimétrica IGSN71 - 1971. Por tanto, las observaciones gravimétricas deben referirse a estaciones gravimétricas absolutas y a una red fundamental regional con conexiones globales, conocida como datum gravimétrico.

Ajuste de números geopotenciales: compensa errores (aleatorios o no sistemáticos) presentes en la nivelación geométrica y las observaciones gravimétricas. El ajuste generalmente se realiza mediante el método de mínimos cuadrados, que requiere redundancia en las observaciones.

Determinación de alturas físicas: Tras calcular y ajustar los números geopotenciales, de estos se pueden derivar alturas físicas (e.g. alturas normales, ortométricas y dinámicas). Cada país selecciona su sistema de alturas para el Sistema de Referencia Vertical, considerando el número geopotencial como la coordenada vertical fundamental. El tipo de altura será determinado por la gravedad utilizada como argumento para convertir los números geopotenciales en alturas físicas (e.g. gravedad teórica media, gravedad observada, gravedad normal).

Para referenciar alturas físicas a un Datum Vertical Global (DVG), es esencial conocer la diferencia (en términos de geopotencial) entre el Datum Vertical Local (DVL) y el DVG (W0). Esto requiere calcular el geopotencial en el punto de referencia (estación IHRF – Marco de Referencia Vertical Internacional) mediante la resolución del Problema de Valor de Contorno de la Geodesia (PVCG).

Según la teoría de errores, incluso tomando precauciones especiales y cuidado en las observaciones geodésicas, estas mediciones siempre están sujetas a errores inevitables causados por imperfecciones del equipo, errores humanos, condiciones ambientales y otros factores. Estos errores se clasifican en errores groseros, sistemáticos y accidentales (aleatorios) (Dalmolin, 2010). Según Gemael et al. (2015), es prácticamente imposible determinar el valor real de cualquier observación geodésica. El ajuste de observaciones es una rama de las matemáticas aplicadas que busca una solución única a problemas donde las observaciones (o mediciones) son redundantes y el sistema de ecuaciones es inconsistente. La inconsistencia del sistema surge de fluctuaciones probabilísticas en las observaciones, causando que un subconjunto de datos produzca valores diferentes a otro.

El Método de Mínimos Cuadrados, desarrollado de forma independiente por Gauss (1795) y Legendre (1805), resuelve estos problemas generando valores para las incógnitas y estimando su precisión.

En el presente documento se describe el procedimiento utilizado para la compensación de errores en la Red de Control Vertical de Ecuador (Ilustración 1). La red fue ajustada para compensar los errores de los números geopotenciales, reduciendo los errores aleatorios inherentes a las observaciones geodésicas y obteniendo alturas físicas normales y ortométricas basadas en los valores ajustados.

La Red de Control Vertical de Ecuador (RCVE) materializa el Sistema Vertical de Referencia (SVR) mediante la propagación de desniveles desde el mareógrafo de La Libertad (Datum Vertical Ecuatoriano - DVE) (Ilustración 2). La realización de un SVR posibilita, entre otras

aplicaciones, la ejecución de obras de ingeniería y la generación de cartografía, considerando en ambos casos una referencia vertical oficial en la representación de la componente vertical del territorio.

Entre las principales aplicaciones para las cuales disponer de una referencia vertical oficial es fundamental, se mencionan las siguientes:

- Determinación precisa del relieve (altitud con relación al Nivel Medio del Mar).
- Ejecución y control de grandes obras públicas, en especial las relacionadas con trasvases fluviales, grandes redes de regadíos, ferrocarriles, grandes puentes, túneles, aeropuertos, aeródromos militares, etc.
- Establecimiento de la cartografía, a cualquier escala, como apoyo del control fotogramétrico por medio de puntos estereoscópicos, con el fin de suministrar elevaciones para el ajuste en la triangulación.
- Determinación de variaciones verticales en zonas de la corteza con afectación de fenómenos sísmicos y volcánicos.
- Determinación precisa de la variación del nivel medio del mar en las costas, como consecuencia del cambio climático (efecto invernadero).
- Modelamiento del campo de gravedad terrestre. Cálculo de anomalías y disturbios gravimétricos, estimación de alturas geoidales y anomalías de altura.
- Establecimiento de un sistema de alturas con características físicas y referidos a un datum global.

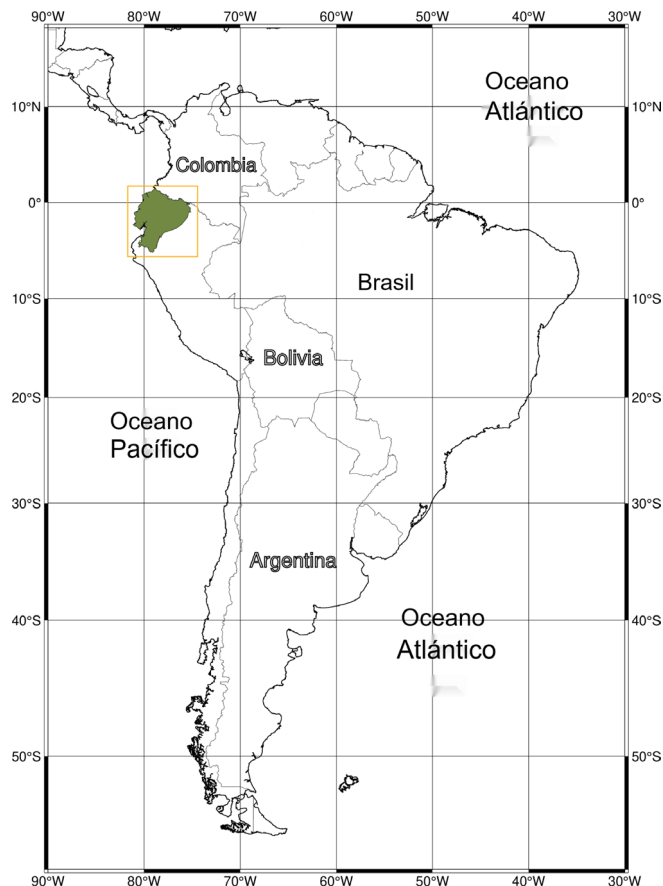


Ilustración 1: Mapa de localización

Entre los principales aspectos que involucra la realización de un SRV tenemos:

- Datum Vertical (DV): tradicionalmente materializado mediante observaciones del Nivel Medio del Mar (NMM) para una determinada época. Sin embargo, con una marcada tendencia a nivel planetario de evolucionar hacia una superficie de referencia global (superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre con geopotencial W_0).
- Diseño de la RNF sobre la cual se realizará la observación de desniveles y gravimetría: establecimiento de la estructura de la red, determinación del número y distribución de los circuitos y líneas de nivelación, localización de placas de nivelación y nodos.
- Materialización de Referencias de Nivel (e.g. placas de nivelación, hitos) y observación de desniveles mediante procedimientos de nivelación geométrica convencionales.
- Cálculo y propagación de números geopotenciales sobre las líneas de nivelación que conforman la RNF: para esto es necesario realizar observaciones gravimétricas sobre las Referencias de Nivel (RN). Los trabajos de gravimetría deben ser ejecutados considerando su vinculación a un Sistema Gravimétrico de Referencia (SGrR) (e.g. IGSN71 International Gravity Standardization Net - 1971) y, por lo tanto, las observaciones gravimétricas deben estar referidas a estaciones de gravimetría absoluta y a una red gravimétrica fundamental establecida a nivel regional y con conexiones a escala global (datum gravimétrico).
- Ajuste de números geopotenciales: permite la compensación de errores (aleatorios o no sistemáticos) intrínsecos a los trabajos de nivelación y gravimetría. El ajuste generalmente se basa en el método de los mínimos cuadrados y requiere, por lo tanto, redundancia de observaciones.
- Determinación de alturas físicas: una vez calculados y ajustados los números geopotenciales, es posible el cálculo de alturas físicas (e.g. normales, ortométricas, dinámicas). Cada país elige el sistema de alturas para su Sistema Vertical de Referencia, siendo considerada como coordenada vertical fundamental al número geopotencial. El tipo de altura quedará determinado por el tipo de gravedad usada como argumento para la conversión de números geopotenciales a alturas físicas (e.g. gravedad teórica media, gravedad observada, gravedad normal).
- Para que las alturas físicas estén referidas a un Datum Vertical Global (DVG), será necesario conocer el offset (en términos de geopotencial) entre el DV Local (DVL) y el DVG (W_0). Esto implica el cálculo del geopotencial en el punto datum (estación IHRF – International Height Reference Frame) mediante la solución del Problema de Valor de Contorno de la Geodesia (PVCG). La solución del PVCG de la forma clásica (solución libre usando como superficie de contorno el elipsoide o el teluroide) puede ser realizado mediante el uso de anomalías de la gravedad (Δg) (argumento de la integral de Stokes o Molodensky) en el área adyacente al DVL y también mediante la solución fija del PVCG usando disturbios de la gravedad (δg) como argumentos de la integral de Hotine y considerando como superficie de contorno la superficie física de la Tierra. El uso de disturbios de la gravedad elimina la necesidad de realizar reducciones en la gravedad observada, el uso de hipótesis de densidades y el empleo (en las reducciones) de alturas referidas al DVL (afectadas por la referencia vertical local). Siendo estas prácticas propias del cálculo de anomalías de la gravedad, y que generan inconvenientes



de índole práctico en procedimientos orientados a la unificación de los SVRs.

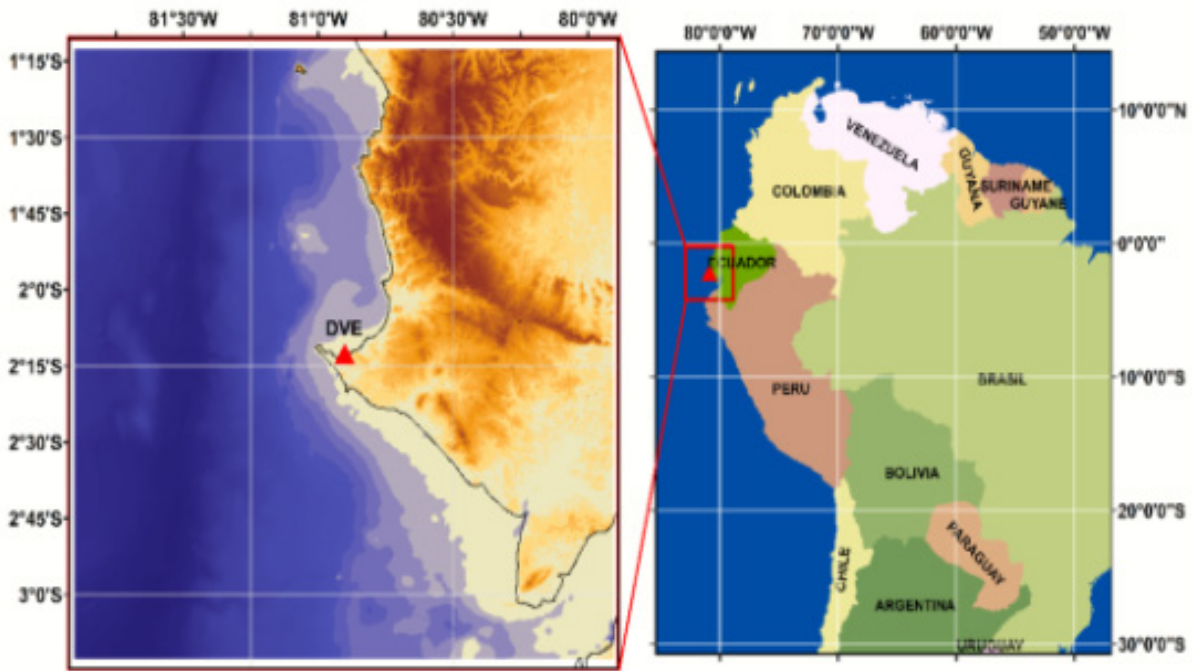


Ilustración 2: Datum Vertical Ecuatoriano

3. Generalidades

La Red de Control Vertical de Ecuador (Ilustración 3) se establece mediante puntos de referencia instalados aproximadamente cada 1,5 km a lo largo de las principales carreteras del país. Dado que la distribución de los puntos de referencia verticales depende de la red vial, la mayoría de las líneas de nivelación se encuentran en las regiones costeras y montañosas. En contraste, la región amazónica cuenta con una red vial más dispersa, debido a las grandes áreas destinadas a la conservación y cubiertas de vegetación nativa.

Desde su creación, el origen de la red se ha basado en registros de la estación mareográfica ubicada en el puerto de La Libertad. Esta estación fue establecida en 1948 por el Instituto Geográfico Militar, con la asesoría y colaboración del Inter-American Geodetic Survey (IAGS). En 1970, las responsabilidades de administración y mantenimiento de la estación mareográfica fueron transferidas al entonces Servicio Hidrográfico de Faros y Boyas, actualmente conocido como el Instituto Oceanográfico y Antártico de la Armada (INOCAR) (Paredes, 1986).

La base de datos de la Red de Control Vertical de Ecuador, excluyendo registros históricos, incluye datos de observaciones gravimétricas, nivelaciones geométricas y posicionamiento GNSS. Estos datos han sido recopilados durante las últimas dos décadas mediante campañas geodésicas realizadas por el Departamento de Geodesia del Instituto Geográfico Militar (IGM-Ec). Dado que las observaciones geodésicas necesarias para establecer la Red de Control Vertical se realizan en puntos de referencia instalados aproximadamente cada 1,5 km — cubriendo una parte importante de las principales rutas de transporte del país— y que estas

observaciones se actualizan de forma regular, el volumen de datos en la base es considerable.

Hasta 2019, la Red de Control Vertical contaba con la siguiente estructura:

Circuitos de nivelación	33
Líneas de nivelación	98
Puntos nodales	66
Referencias de nivel	5055
Kilómetros de nivelación	6507
Tolerancia de cierre	$4 \text{ mm } \sqrt{k}$

Tabla 1: Principales características de la RCVE hasta 2019

La necesidad de reestructuración de la Red de Control Vertical fue identificada para garantizar su correcto mantenimiento. Este proceso implicó la creación de circuitos de nivelación que cumplen con un perímetro máximo permitido, derivado de la consolidación de los circuitos existentes. La determinación del perímetro máximo permitido para la construcción de nuevos circuitos es de suma importancia, ya que su longitud está directamente relacionada con la acumulación de errores sistemáticos y aleatorios, que en última instancia influyen en el error de cierre final. Para la reestructuración de la RCVE, se estableció un perímetro máximo de 500 km, lo que resultó en su arquitectura modificada (ver Ilustración 3). Las principales características de esta estructura se resumen en la Tabla 2.

Circuitos de nivelación	19
Líneas de nivelación	53
Puntos nodales	35
Referencias de nivel	4215
Kilómetros de nivelación	6507
Tolerancia de cierre	$2 \text{ mm } \sqrt{k}$
Altura nivelada máxima	4390.067 m
Datum Vertical	La Libertad - mareógrafo

Tabla 2: Principales características actuales de la Red de Control Vertical



Ilustración 3: Red de Control Vertical de Ecuador

Varias iniciativas se han llevado a cabo en Ecuador para establecer un datum gravimétrico. En cuanto a los esfuerzos más recientes, con el apoyo de la Universidad de São Paulo (USP), el Instituto Brasileño de Geografía y Estadística (IBGE) y el INOCAR, el IGM-Ec estableció en 2002 y 2003 una Red Fundamental de Gravedad. Esta red, se encuentra vinculada al datum de gravedad IGSN71 y consta de 39 estaciones primarias y dos estaciones excéntricas (Ilustración 5). En enero de 2008, se establecieron en Ecuador tres estaciones de gravedad absoluta con el apoyo de la Agencia de Inteligencia Geoespacial de los Estados Unidos (NGA). Además, mediante cooperación interinstitucional con la Escuela Politécnica de la Universidad de São Paulo, el Centro de Estudios Geodésicos de Brasil (CENEGEO) y el Instituto Geográfico-Cartográfico de São Paulo, en julio de 2017 se establecieron otras 26 estaciones de gravedad absoluta (Ilustración 4) (Flores y Pozo, 2016).

Ilustración 2: Datum Vertical Ecuatoriano

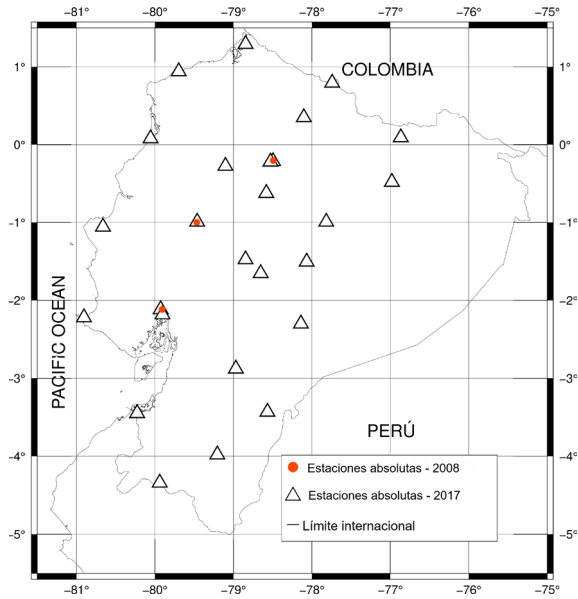


Ilustración 4: Estaciones gravimétricas absolutas

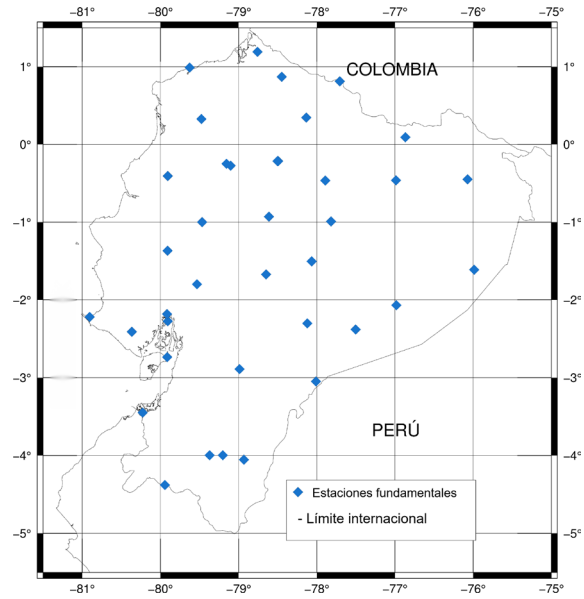


Ilustración 5: Estaciones gravimétricas fundamentales

Se reporten esfuerzos previos para la compensación de errores de la RCVE. En 2009, el IGM-Ec realizó un ajuste parcial de la RCVE, considerando 20 circuitos de nivelación (Carranco, 2010). Posteriormente, en 2010, se realizó un ajuste en función de números geopotenciales; sin embargo, este ajuste consideró únicamente 10 circuitos de nivelación de la RCVE (Coyago, 2010). Estos ajustes establecieron una base fundamental para la evaluación del estado de la red, aunque los resultados nunca fueron publicados oficialmente.

4. Aspectos teóricos

4.1. Teoría de los errores

Incluso tomando precauciones y cuidados especiales al momento de realizar observaciones geodésicas, estas están siempre afectadas por inevitables errores en las medidas, consecuencia de la imperfección de los equipos, fallas humanas y condiciones ambientales. Estos errores se clasifican en groseros, sistemáticos y accidentales (aleatorios o randómicos) (Dalmolin, 2010). Según Gemael, et al. (2015), en la práctica es imposible determinar el valor verdadero en cualquier observación geodésica. Las observaciones, incluso cuando son repetidas en condiciones supuestamente idénticas, están siempre acompañadas de los “inevitables errores de medida” que pueden ser atribuidos a:

- a) Errores humanos
- b) imperfecciones en los equipos
- c) Influencia de las condiciones ambientales

4.1.1. Errores groseros

Generalmente están relacionados a desconcentraciones del observador o del anotador, aunque también pueden ocurrir con menor frecuencia en técnicas de registro automáticas como consecuencia de fallas en el equipo.

4.1.2. Errores sistemáticos

Son aquellos que se originan como consecuencia de causas conocidas y en la mayor parte de casos pueden ser evitados mediante técnicas especiales de observación, o eliminados a posteriori mediante la aplicación de fórmulas proporcionadas por la teoría. Este tipo de errores pueden ser minimizados con la calibración de los instrumentos, técnicas de observación y de procesamiento de los datos.

4.1.3. Errores accidentales

Al contrario de los errores sistemáticos, ocurren en diferentes sentidos o no pueden ser asociados a ninguna causa conocida. Una vez se han eliminado los errores groseros y sistemáticos, las observaciones repetidas aún se mantienen inconsistentes, estas discrepancias son atribuidas a los errores accidentales o aleatorios. Mientras los errores sistemáticos tienden a acumularse, los errores accidentales tienden a neutralizarse cuando el número de observaciones aumenta.

Antes de iniciar el proceso para el ajuste, las observaciones deberán ser depuradas de influencias sistemáticas y de errores groseros, ya que las técnicas de ajuste esperan que dichas observaciones se encuentren contaminadas únicamente por errores aleatorios.

4.2. Ajuste de observaciones

El ajuste de observaciones es una rama de la matemática aplicada, y tiene como objetivo la solución única para problemas en los cuales el número de observaciones (o medidas) es redundante y el sistema de ecuaciones inconsistente. La inconsistencia del sistema de ecuaciones se debe a las fluctuaciones probabilísticas de las observaciones, y hace que un determinado subconjunto de datos proporcione valores diferentes de otro subconjunto. La solución única en estos problemas es dada por el Método de Mínimos Cuadrados (MMC) desarrollado independientemente por Gauss (1795) y Legendre (1805).

Al final del ajuste, se obtiene valores para las incógnitas y un estimado de su precisión. Cualquier parámetro estimado, además de presentar solución única, debe estar acompañado del estimado de su calidad, que representa la dispersión del resultado.

A partir de observaciones redundantes sujetas a fluctuaciones probabilísticas y de un estimado de su precisión, el ajuste tiene como objetivo:

- Estimar, mediante la aplicación de modelos matemáticos adecuados y del MMC, un valor único para cada una de las incógnitas del problema;
- Estimar la precisión de tales incógnitas y la eventual correlación entre ellas.

4.2.1. Modelo Matemático

La representación de la realidad física de forma aproximada, es realizada mediante fórmulas, expresiones o ecuaciones. Un modelo matemático es definido como un sistema teórico o un concepto abstracto que describe una situación física o una serie de eventos. Los modelos



matemáticos no describen exactamente los fenómenos, los eventos o la realidad física; sino que describen aspectos de interés de esa realidad y con la aproximación requerida.

Un modelo matemático, generalmente está compuesto de dos partes: modelo funcional y modelo estocástico. El modelo funcional representa la componente determinística de la realidad física o evento en consideración. Por su parte, el modelo estocástico describe las propiedades no determinísticas de las variables consideradas.

4.3. El Método de Mínimos Cuadrados (MMC)

Los errores en las observaciones geodésicas obedecen a las leyes de la probabilidad; es decir, siguen la teoría de la distribución normal. Por lo tanto, deben ajustarse de tal manera que sigan estas leyes matemáticas. Aunque la media se ha utilizado ampliamente a lo largo de la historia, los primeros trabajos sobre mínimos cuadrados comenzaron a finales del siglo XVIII. Su primera aplicación fue principalmente para el ajuste de observaciones celestes. Laplace investigó el tema por primera vez y sentó sus bases en 1774. El primer artículo publicado sobre el tema, titulado “Méthode des moindres quarrés” (Método de Mínimos Cuadrados), fue escrito en 1805 por Legendre. Sin embargo, es bien sabido que aunque Gauss no publicó hasta 1809, desarrolló y utilizó el método ampliamente como estudiante en la Universidad de Göttingen a partir de 1794 y, por lo tanto, se le da crédito por el desarrollo de la temática (Ghilani, 2010).

La aplicación del Método de Mínimos Cuadrados para ajuste de observaciones, tiene sentido solamente cuando se dispone de observaciones abundantes o superabundantes (Dalmolin, 2010). Con MMC se estima las variables incógnitas X (parámetros) y su precisión \sum_x , a partir de observaciones (L_b), con precisión \sum_{L_b} :

Dados: L_b y \sum_{L_b} \Rightarrow estimar X y \sum_x

En los problemas de ajuste, serán considerados tres espacios:

- a) El espacio de las observaciones o medidas R^n .
- b) El espacio del modelo matemático R^m .
- c) El espacio de los parámetros o incógnitas R^u .

El modelo matemático funcional interrelaciona esos espacios y constituye un sistema de ecuaciones lineales (o linealizadas) incompatible (inconsistente). Un modelo está determinado por un número mínimo de variables (parámetros, observaciones o ambos) y las relaciones entre ellas.

En tanto la complejidad de la realidad física a ser representada crece, el número de variables mínimas requeridas para su definición también aumenta.

Una vez seleccionado el modelo, el mismo queda definido a través de un cierto número mínimo de variables distintas, que en el ajuste son las observaciones. Denotando el número mínimo de variables por n_0 y el número total de observaciones por n , la diferencia entre n y n_0 muestra el grado de redundancia del sistema. La redundancia, que corresponde a los grados de libertad es

denotada por (1):

$$r=n-n_o \quad (1)$$

Cuando n es mayor que no, existe redundancia, y el ajuste es necesario para obtener un único conjunto de estimativas para el modelo.

Las observaciones deben ser funcionalmente independientes, es decir, ninguna de las n observaciones puede ser derivada de algunas o de todas (n-1) observaciones restantes.

4.3.1. El principio del Método de Mínimos Cuadrados

Considerando el sistema de ecuaciones lineales:

$$AX=L \quad (2)$$

Donde A (de tamaño n x u) corresponde a la matriz de coeficientes, X (de tamaño u) el vector de los parámetros o incógnitas y L (de tamaño n) el vector de los términos conocidos. Considere ahora que los elementos de L fueron obtenidos mediante medidas u observaciones, y por tanto, están afectados por fluctuaciones randómicas (Dalmolin, 2010).

En este caso: $L = L_b$

Y la expresión (2) para este caso es escrita como (3):

$$AX=L_b \quad (3)$$

La discrepancia entre L (valor final) y L_b (valor medido) es conocida como residuo (V) (4):

$$V=L-L_b \quad (4)$$

De tal forma que, si este residuo fuese conocido, las observaciones podrían ser corregidas de acuerdo a (5):

$$L=L_b+V \quad (5)$$

Obteniendo, a partir de la ecuación (3) el sistema consistente (6):

$$AX=L_b+V \quad (6)$$

Con:

$$AX=L_a \quad (7)$$

Siendo L_a el vector de observaciones ajustadas.

El sistema de la ecuación (6) tiene, a diferencia del sistema de la ecuación (3), (u + n) incógnitas. De esta forma este sistema tiene más incógnitas (u + n) que ecuaciones (n), aumentándose una incógnita (residuo) por cada ecuación del sistema.

El principio del Método de Mínimos Cuadrados establece que “la suma de los cuadrados de los residuos sea mínima” (8):

$$\Phi=V^TV \cong min \quad (8)$$

O

$$\Phi = V^T P V \cong \min \quad (9)$$

Donde V es el vector de los residuos y P es una matriz simétrica de los pesos, dada por (10):

$$P = (\sigma_0)^2 \Sigma_L^{-1} \quad (10)$$

Donde $(\sigma_0)^2$ es la varianza de la unidad de peso (un escalar normalmente 1), y Σ_L^{-1} es la matriz varianza covarianza de las observaciones.

La aplicación del principio de mínimos cuadrados no requiere del conocimiento a priori de la distribución asociada a las observaciones. Posibilita la resolución de un sistema de ecuaciones con mayor número de incógnitas que ecuaciones. Así, el sistema inconsistente de la ecuación (3), se convierte en un sistema consistente pero indeterminado. La ecuación (6) que considera la adición de las correcciones V, puede ser resuelto mediante la aplicación de este principio.

4.3.2. Método paramétrico

También conocido como modelo explícito, método de las observaciones indirectas, o método de las ecuaciones de observación.

El modelo matemático del ajuste paramétrico es:

$$L_a = F(X_a) \quad (11)$$

Donde L_a es el vector (n x 1) de las observaciones ajustadas, X_a el vector (u x 1) de los parámetros ajustados y F una función que relaciona L_a y X_a .

Las ecuaciones que relacionan observaciones con residuos de las observaciones y parámetros independientes desconocidos, son llamadas ecuaciones de observación. Una ecuación es formulada para cada observación y para un conjunto de incógnitas. Para dar solución única a las incógnitas, el número de ecuaciones debe ser igual al número de incógnitas. Sin embargo, usualmente existen más observaciones (y por consecuencia más ecuaciones) que incógnitas, y esto permite la determinación de los valores más probables para las incógnitas basándose en el principio de Mínimos Cuadrados (Ghilani, 2010) (sección 4.3.1).

Considerando el caso de solo tres incógnitas X, Y e Z, independientes entre sí, relacionadas a una única grandeza L (medida directamente), mediante una función lineal (Gemael et al., 2015).

$$AX + BY + CZ + L = 0 \quad (12)$$

Si la medida L pudiese ser efectuada bajo la influencia de errores, con tres observaciones en condiciones diferentes, cada una permitiendo el cálculo de nuevos coeficientes de las incógnitas, se tendría un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas y el problema estaría resuelto con los recursos usuales del álgebra.

Conforme lo explica Gemael, et al., (2015), en la práctica, sin embargo, como consecuencia de los errores accidentales inherentes a las observaciones, el sistema mencionado no es compatible, debiendo aparecer un residuo en el segundo miembro de las ecuaciones.

El procedimiento a seguir implica la solución de ecuaciones superabundantes (sistema con más ecuaciones que incógnitas) mediante la aplicación de la condición $[pvv] = \text{mínimo}$.

Designando por l_i ($i = 1, 2, \dots, n$) los valores obtenidos para L en n observaciones no correlacionadas; por P_i y v_i , respectivamente, los pesos de las observaciones y los residuos de las ecuaciones; y por x, y, z los “mejores estimados” de las incógnitas.

A cada observación corresponderá una ecuación de error:

$$\begin{array}{l} (p_1) a_1x+b_1y+c_1z+ l_1= v_1 \\ (p_2) a_2x+b_2y+c_2z+ l_2= v_2 \\ \text{-----} \\ (p_n) a_nx+b_ny+c_nz+ l_n= v_n \end{array} \quad (13)$$

Para que x, y e z puedan ser realmente considerados como los “mejores estimados” de las incógnitas y para garantizar la unicidad de los resultados, es necesario imponer la condición de mínimos cuadrados.

$$f=[pvv]=(p_1) (a_1x+b_1y+c_1z+ l_1)^2+ (p_2) (a_2x+b_2y+c_2z+ l_2)^2+ \dots + (p_n) (a_nx+b_ny+c_nz+ l_n)^2=MÍNIMO \quad (14)$$

4.3.3. Método de correlatos

También conocido como método de las ecuaciones de condición, o método de observaciones directas correlacionadas. Consiste en el ajuste de las observaciones, siendo que los parámetros no son considerados en el cálculo. En este caso, el modelo matemático asume la forma (Dalmolin, 2010):

$$F(L_a)=0 \quad (15)$$

Que es equivalente a:

$$F(L_b+V)=0 \quad (16)$$

Donde V corresponde al vector de residuos de las observaciones.

O en la forma lineal (modelo matemático linealizado):

$$F(X_a)=\frac{\partial F}{\partial L_a} \Big|_{L_a=L_b} (L_a-L_b)+F(L_b)=0 \quad (17)$$

Donde W corresponde al vector conformado por los errores de cierre y L_b es el vector de los valores observados.

O

$$BV+W=0 \quad (18)$$

Las dimensiones de las matrices y vectores de la ecuación (18) se detallan a continuación:

$B \rightarrow r \times n$
 $V \rightarrow n \times 1$
 $W \rightarrow r \times 1$

r: Nro. de ecuaciones de condición.
n: Nro. de observaciones (incógnitas)

5. Organización y depuración de la base de datos de Control Vertical

La base de datos de Control Vertical, sin considerar la base de datos histórica, contiene registros de observaciones gravimétricas, de desniveles geométricos y de posicionamiento GNSS, levantados durante los últimos 20 años de actividades de campo llevadas a cabo por el Departamento de Geodesia del IGM. Ya que las observaciones geodésicas para el establecimiento de la Red de Control Vertical se realizan sobre marcas instaladas aproximadamente cada 1.5 km, abarcando una proporción considerable de las principales vías del país, y tomando en cuenta además que las observaciones son actualizadas recurrentemente, el volumen de datos contenidos en la base de datos resultante es considerable.

Así, la organización de la base de datos contempla actividades relacionadas con el procesamiento de registros nuevos, el reemplazo de registros antiguos por registros actuales y la compatibilización de las observaciones gravimétricas y de nivelación geométrica (Ilustración 6).

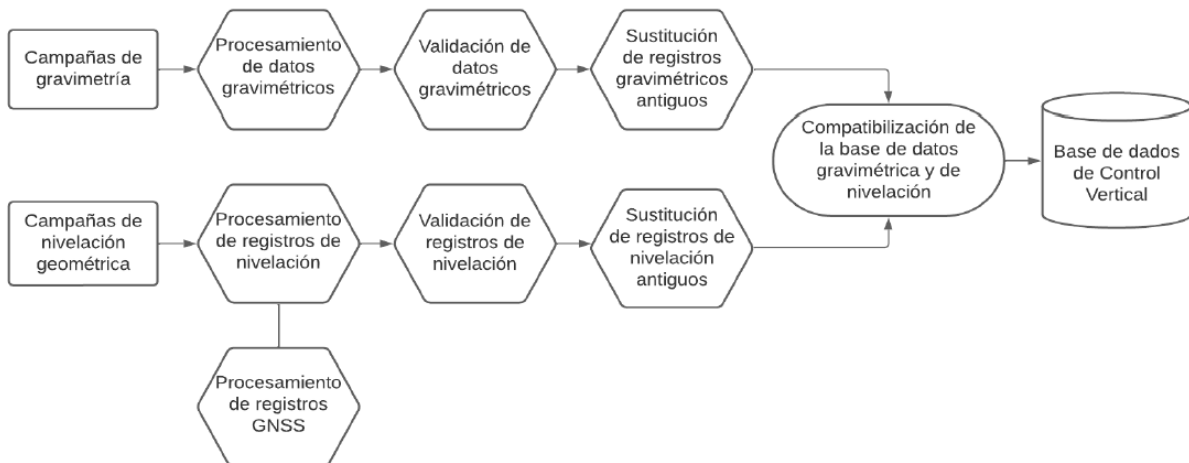


Ilustración 6: Organización y depuración de la base de datos de Control Vertical



6. Detección de outliers

Antes de realizar los cálculos necesarios para determinar los números geopotenciales y sus posteriores ajustes (compensaciones), es fundamental verificar la coherencia de los datos contenidos en la base de datos del Control Vertical. Este proceso de verificación es crucial para evitar errores significativos durante las observaciones geodésicas (nivelación geométrica y gravimetría) o su procesamiento y tabulación, lo que podría conducir a resultados inconsistentes en la fase de cálculo.

Un procedimiento estandarizado para la validación de bases de datos geodésicas implica la comparación de las observaciones de campo con los valores correspondientes derivados de modelos globales, como los Modelos Globales de Geopotencial (GGM). Utilizando un criterio estadístico, específicamente la expectativa de valores dentro de una distribución de probabilidad normal, este método identifica eficazmente los valores atípicos o errores groseros en la base de datos para su posterior eliminación. En consecuencia, antes de la fase de cálculo, se validaron los registros asociados a los puntos de referencia de la Red de Control Vertical de Ecuador, eliminando así el riesgo de la presencia de errores groseros que puedan causar inconsistencias durante el cálculo y el ajuste de los números geopotenciales.

Se sometieron a análisis un total de 3471 registros. El procedimiento consistió en comparar las anomalías de gravedad de Bouguer obtenidas del modelo XGM2019e, que utiliza su expansión hasta el grado armónico máximo (n=2190). Dado que las alturas niveladas se toman en cuenta en los cálculos de anomalías de gravedad, es imprescindible examinar los valores atípicos para detectar inexactitudes significativas en la base de datos de gravedad y nivelación. El proceso de refinamiento de la base de datos se realiza en función de las observaciones gravimétricas y las alturas niveladas, ya que estos dos tipos de datos se emplean como insumos para calcular los números geopotenciales en el contexto del ajuste de la red de control vertical.

En este procedimiento se utilizó el Modelo Global de Geopotencial (GGM) XGM2019e, considerando su grado de expansión máximo (n=2190). El criterio estadístico empleado se basa en la dispersión de las discrepancias entre los valores observados y los derivados de los modelos globales. En consecuencia, todos los registros en los que los valores de $\Delta g_{\text{obs}} - \Delta g_{\text{XGM2019e}}$ se encuentren fuera del intervalo: $[\mu - 2*\sigma, \mu + 2*\sigma]$ (criterio de dos sigma) se consideran valores atípicos, donde μ representa la media y σ la desviación estándar de las diferencias. Los parámetros estadísticos de las diferencias $\Delta g_{\text{obs}} - \Delta g_{\text{XGM2019e}}$, calculados tanto antes como después del refinamiento de la base de datos, se presentan en la Tabla 3.

	Antes de filtrar outliers	Después de filtrar outliers
Número de registros	3471	3269
Registros atípicos	202	
Desviación estándar (mGal)	22.6595	17.9997
Media (mGal)	-0.3695	-0.0262
Max. (mGal)	63.9766	44.8866
Min. (mGal)	-115.9221	-45.5870
Correlación (Δg_{obs} Vs. $\Delta g_{\text{XGM2019e}}$)	0.9755	0.9845

Tabla 3: Estadísticas para las diferencias $\Delta g_{\text{obs}} - \Delta g_{\text{XGM2019e}}$ antes y después del filtrado de outliers

El grado de adherencia o correlación entre las dos series de datos (valor observado frente a valor modelado) se observa en la Ilustración 7 y la Ilustración 8. El coeficiente de correlación de 0,9845 indica la alta coherencia del Modelo Global de Geopotencial (XGM2019e) con los valores derivados de los registros gravimétricos in situ (tras la eliminación de errores groseros). Además, esto subraya las discrepancias atribuibles a errores intrínsecos en las observaciones geodésicas (como la gravimetría y la nivelación) así como en el GGM, incluyendo errores de omisión y comisión inherentes a la modelización global del campo gravitacional terrestre.

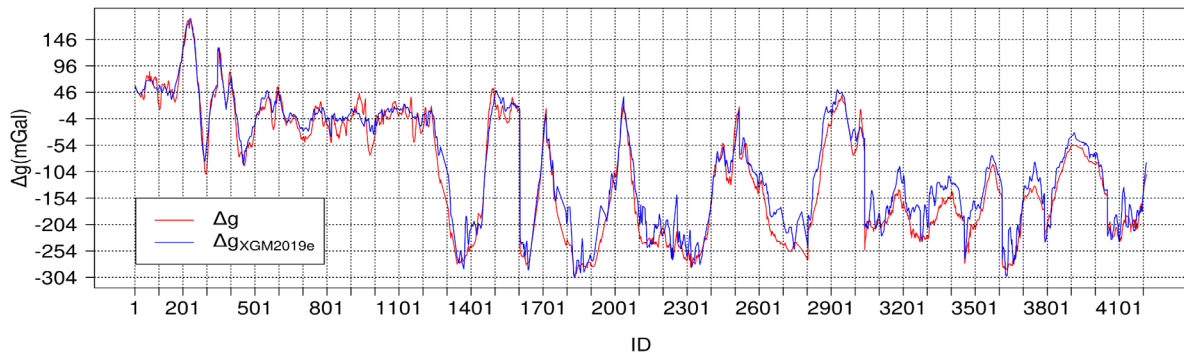


Ilustración 7: Anomalías de Bouguer observadas y modeladas

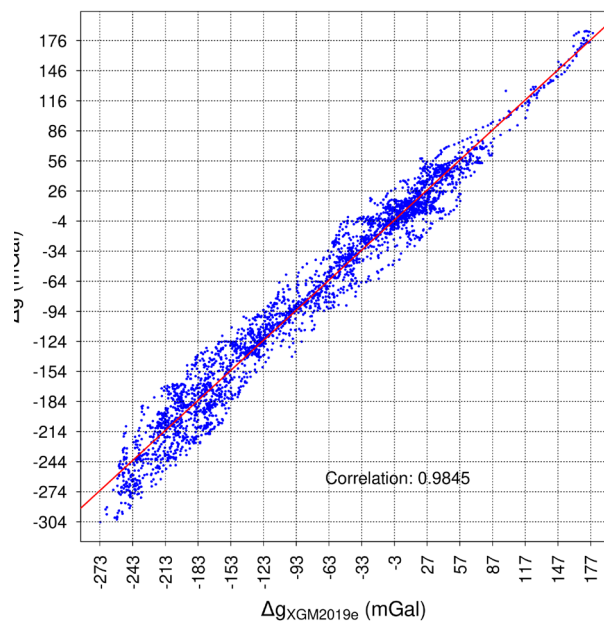


Ilustración 8: Correlación de anomalías de Bouguer observadas y del modelo XGM2019e

7. Interpolación gravimétrica

Teniendo en cuenta que no todos los puntos de referencia vertical están correlacionados con observaciones gravimétricas (744 de 4215, lo que representa un 17,7 %, no disponen de valores de gravedad), es imperativo asignarles valores de gravedad mediante interpolación, utilizando los datos gravimétricos existentes de acuerdo con la metodología presentada en la Ilustración 9. Además, cabe señalar que los registros identificados como valores atípicos (202 registros) también son reemplazados por valores interpolados; por lo tanto, un total de 946 valores requieren interpolación.

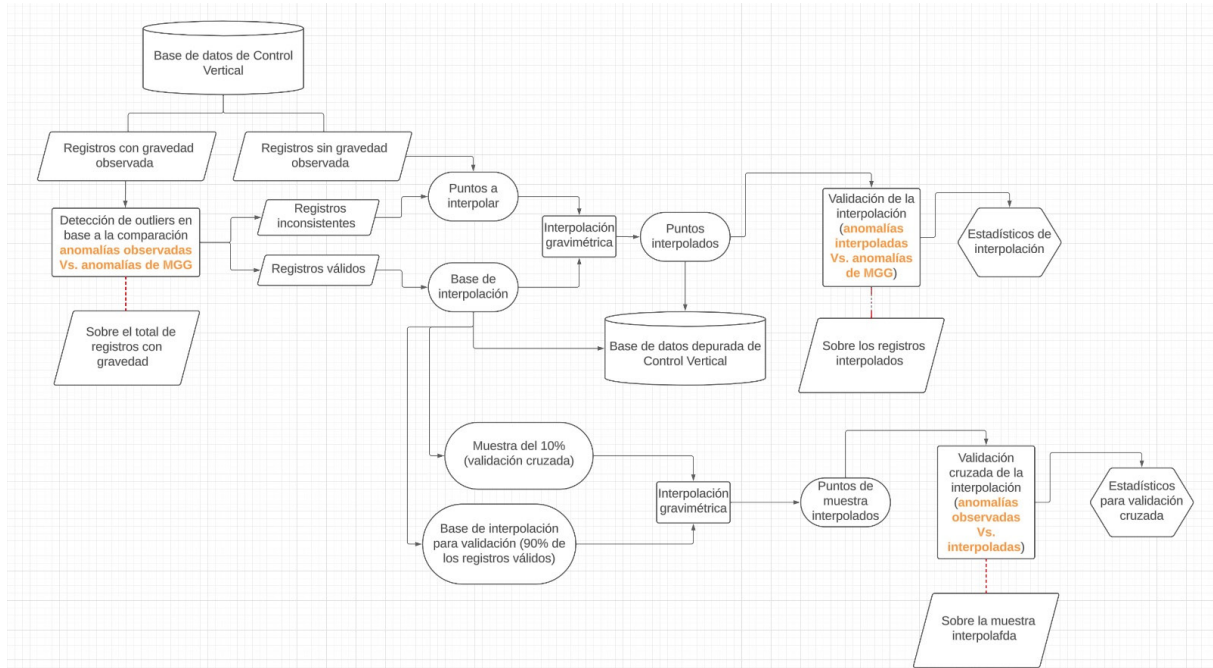


Ilustración 9: Proceso de interpolación gravimétrica

La interpolación de la gravedad se realizó mediante el método de colocación por mínimos cuadrados (LSC) y el software PREDGRAV (Drewes, 1978, 1976). La estimación de variables se basa en las anomalías de Bouguer (Δg_B), que se obtienen a partir de la gravedad observada mediante la siguiente expresión.

$$\Delta g_B = g_{obs} + C_{AL} - C_B - \gamma \quad (19)$$

Donde g_{obs} indica la gravedad observada, C_{AL} denota la corrección de aire libre (0,3086 H), C_B representa la corrección de Bouguer ($2\pi G\rho H$), y γ indica la gravedad normal para el elipsoide de referencia. La interpolación de las anomalías de Bouguer se realiza utilizando el modelo de Kolmogorov-Wiener (Moritz, 1980a), que se ajusta a esta expresión:

$$\Delta \tilde{g}_p = c^T C^{-1} \Delta g \quad (20)$$

Donde Δg son las anomalías de Bouguer, C la matriz de varianzas y covarianzas de las anomalías, y c el vector de covarianzas entre las anomalías calculadas e interpoladas. Por lo tanto, las covarianzas empíricas ($C_{\Delta g}$) de las anomalías calculadas se obtienen de la siguiente manera:

$$C_{\Delta g}(S_{ij}) = E\{\Delta g_i \cdot \Delta g_j\} \quad (21)$$

Donde E representa el valor esperado, los índices i y j indican las estaciones gravimétricas, y S_{ij} señala la distancia entre ellas.

Los valores de $C_{\Delta g}$ deben clasificarse según diferentes intervalos de clases, y su varianza corresponde a $C_{\Delta g}(s=0) = C_0$. Por otro lado, el peso asignado a cada intervalo de clase equivale al número de productos ($\Delta g_i \cdot \Delta g_j$).

Las covarianzas empíricas se aproximan mediante la función exponencial.

$$C_{\Delta g}(S_{ij}) = ae^{-b \cdot S_{ij}} \quad (22)$$

Para lo cual a y b son los resultados de un ajuste por mínimos cuadrados según el método paramétrico.

Los componentes del vector c se determinan por la proximidad entre los valores de gravedad observados y el punto destinado a la interpolación. Por el contrario, el error de predicción se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$m_{\tilde{g}_2}^{\Delta} = C_0 - c^T C^{-1} c \quad (23)$$

Los cálculos para la predicción de la gravedad se realizan utilizando el programa PREDGRAV, que considera los 50 puntos más cercanos a la ubicación objetivo para la interpolación; alternativamente, si este método no es factible, se consideran todos los puntos dentro de un radio de 100 km. Una vez que las anomalías de gravedad de Bouguer han sido interpoladas para los puntos de interés, se convierten en valores de gravedad siguiendo el cálculo inverso descrito en (19).

$$\tilde{g}_{obs} = \Delta\tilde{g}_B - C_{AL} + C_B + \gamma \quad (24)$$

Siendo $\Delta\tilde{g}_B$ la anomalía de Bouguer interpolada y \tilde{g}_{obs} la gravedad correspondiente derivada de ella. Tras completar la interpolación, los valores de gravedad están disponibles para todas las referencias de nivel de la RCVE (4192). Para validar los valores de gravedad interpolados y evaluar la eficacia del método de predicción de variables, los valores interpolados se compararon con las anomalías del GGM XGM2019e. Los resultados estadísticos de este análisis se presentan en la Tabla 4.

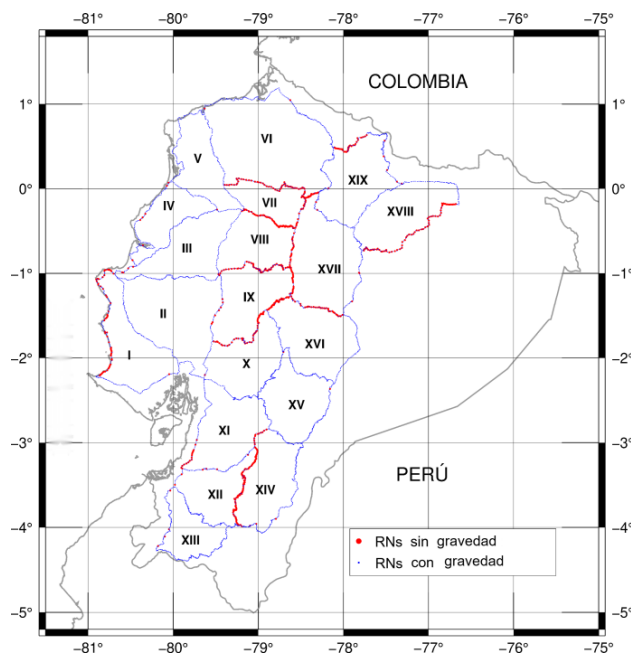


Ilustración 10: Referencias de nivel con y sin observación de gravedad

Número de registros	946
Desviación estándar (mGal)	35.4767
Media (mGal)	-2.8986
Max. (mGal)	60.7014
Min. (mGal)	-115.2978
Correlación (Δg_{interp} Vs. $\Delta g_{\text{XGM2019e}}$)	0.9324

Tabla 4: Estadísticas para las diferencias $\Delta g_{\text{interp.}} - \Delta g_{\text{XGM2019e}}$

Además, las desviaciones estándar asociadas a los valores de gravedad interpolados nos permiten evaluar la precisión de su determinación, como se muestra en la Ilustración 11. Los valores correspondientes se encuentran en la Tabla 5.

Número de puntos interpolados	946
$\sigma_{\text{Max.}}$ (mGal)	71.60
$\sigma_{\text{Min.}}$ (mGal)	2.20
σ_{Media} (mGal)	16.07

Tabla 5: Precisiones de la interpolación gravimétrica

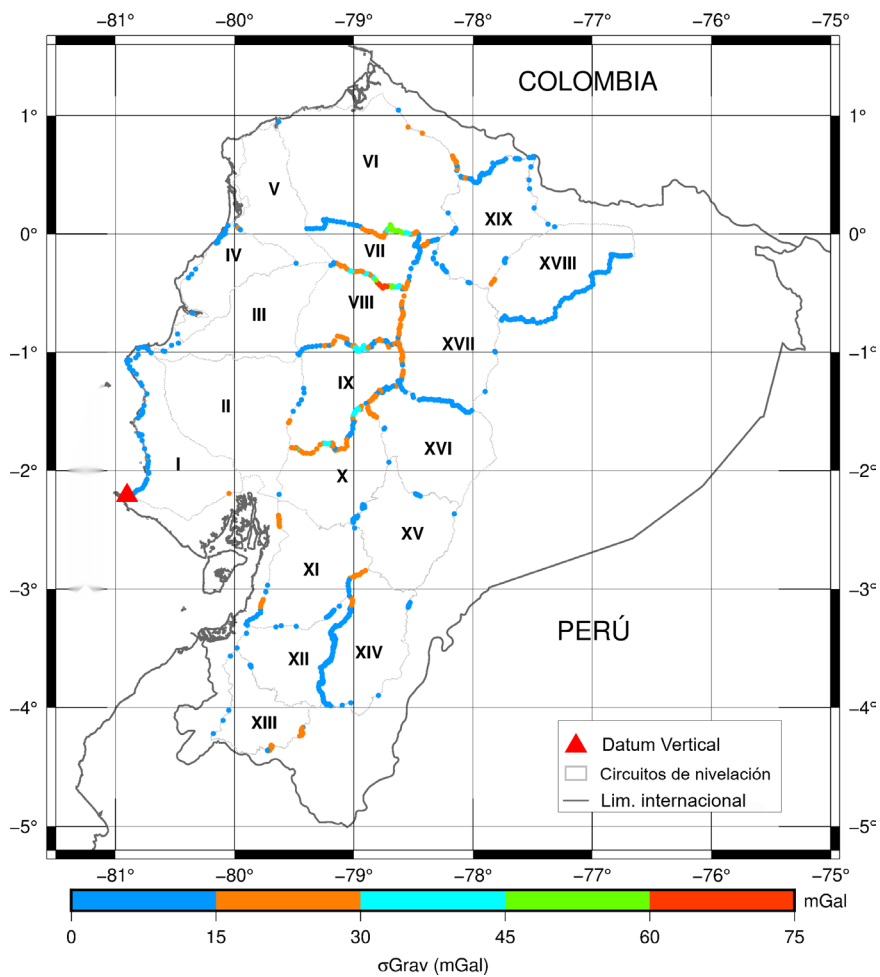


Ilustración 11: Precisión de la gravedad interpolada



8. Ajuste de la Red de Control Vertical en función de alturas niveladas

Los errores en las observaciones geodésicas se ajustan a los principios de la probabilidad, siguiendo específicamente la teoría de la distribución normal. En consecuencia, es fundamental que estos errores se ajusten para cumplir con estas leyes matemáticas. La utilización del Método de los Mínimos Cuadrados (MMC) para el ajuste de observaciones es apropiada únicamente cuando hay un número suficiente o excesivo de observaciones disponibles (Dalmolin, 2010). A través del MMC, se estiman las variables desconocidas X (parámetros) y su precisión asociada $\sum x$, basándose en las observaciones (L_b), que poseen una precisión de $\sum L_b$.

Laplace fue el primero en examinar el tema y sentar sus bases en 1774. El primer artículo sobre el tema, titulado “Méthode des moindres carrés” (Método de los Mínimos Cuadrados), fue escrito en 1805 por Legendre. Sin embargo, es bien sabido que, aunque Gauss no publicó su trabajo hasta 1809, desarrolló y utilizó ampliamente el método desde que era estudiante en la Universidad de Göttingen en 1794. Por ello, se le atribuye el desarrollo del tema (Ghilani, 2010). El principio del Método de los Mínimos Cuadrados establece que “la suma de los cuadrados de los residuos debe minimizarse”.

$$\Phi = V^T P V \cong \min \quad (25)$$

Donde V denota el vector residual y P representa una matriz de peso simétrica, definida de la siguiente manera:

$$P = (\sigma_0)^2 \Sigma_L^{-1} \quad (26)$$

Donde $(\sigma_0)^2$ denota la varianza de la unidad de peso, y Σ_L^{-1} representa la matriz de varianza-covarianza de las observaciones. La formulación matemática del modelo de ajuste paramétrico es la siguiente:

$$L_a = F(X_a) \quad (27)$$

Donde L_a representa el vector ($n \times 1$) de observaciones ajustadas, X_a denota el vector ($u \times 1$) de parámetros ajustados, y F es una función que describe la relación entre L_a y X_a . Los valores obtenidos para L en n observaciones no correlacionadas se designan como l_i ($i = 1, 2, \dots, n$); P_i y v_i representan los pesos de las observaciones y los residuos de las ecuaciones, respectivamente; y x , y y z representan las ‘mejores estimaciones’ de las incógnitas. Cada observación corresponde a una ecuación de error.

$$\begin{array}{l} (p_1) a_1 x + b_1 y + c_1 z + l_1 = v_1 \\ (p_2) a_2 x + b_2 y + c_2 z + l_2 = v_2 \\ \text{-----} \\ (p_n) a_n x + b_n y + c_n z + l_n = v_n \end{array} \quad (28)$$

Para garantizar que x , y , z sean considerados adecuadamente como las ‘mejores estimaciones’ de las variables desconocidas y para asegurar la unicidad de los resultados, es fundamental

imponer la condición de mínimos cuadrados.

$$f=[pvv]=v_1+v_2+\dots+v_n=\min \quad (29)$$

Considerando la linealización de la función F empleando una serie de Taylor, obtenemos la ecuación (12).

$$\left. \frac{\partial F}{\partial xa} \right|_{xa=xa^0} (xa-xa^0)+F(xa^0)=L_b+V \quad (30)$$

$$AX+L^0=L_b+V$$

La linealización de la función f(x) mediante una serie de Taylor se realiza de acuerdo con la expresión que se muestra en la siguiente ecuación.

$$f(x)=f(a)+\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=a} \frac{(x-a)^1}{1!} + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{x=a} \frac{(x-a)^2}{2!} + \dots + \left. \frac{\partial^n f}{\partial x^n} \right|_{x=a} \frac{(x-a)^n}{n!} \quad (31)$$

Donde a representa el punto de aproximación y n indica el grado máximo de desarrollo de la serie de Taylor. En consecuencia, a partir de la Ecuación (25), la solución empleando el método paramétrico puede expresarse como:

$$\Phi = (AX-L_b)^T(AX-L_b) \cong \min \quad (32)$$

La minimización de la expresión (32) implica que su derivada parcial debe ser igual a cero.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = A^T AX - A^T L_b = 0 \quad (33)$$

Esto constituye el sistema de ecuaciones normales, y su solución es la siguiente:

$$X=(A^T PA)^{-1}A^T PL_b \quad (34)$$

Por tanto, basándose en el método de ajuste paramétrico descrito anteriormente, se realiza la compensación de la red considerando las diferencias de altura niveladas relacionadas con cada línea de nivelación. La ecuación (34) produce los parámetros ajustados, que son las alturas niveladas corregidas para los 35 puntos nodales de la Red de Control Vertical (Ilustración 12). La precisión de estos parámetros ajustados se muestra en la Ilustración 13, con sus estadísticas relacionadas en la Tabla 6. Como se observa en la Ilustración 13, los puntos nodales con las precisiones de ajuste más extremas (alrededor de 10 cm) no están agrupados en una zona específica; en cambio, se encuentran en las regiones exteriores de la red. Por el contrario, los puntos nodales con las desviaciones estándar más bajas (alrededor de 5 cm) están situados en la zona interna de la red. Según las estadísticas de la Tabla 6, las precisiones de ajuste oscilan entre 4 y 9 cm, con una media de 6 cm. Tras ajustar la red y las alturas de los puntos nodales, se realiza entonces el ajuste de líneas (ajuste interno). Las ecuaciones de condición para resolver el método paramétrico se establecen fijando las alturas de los nodos.

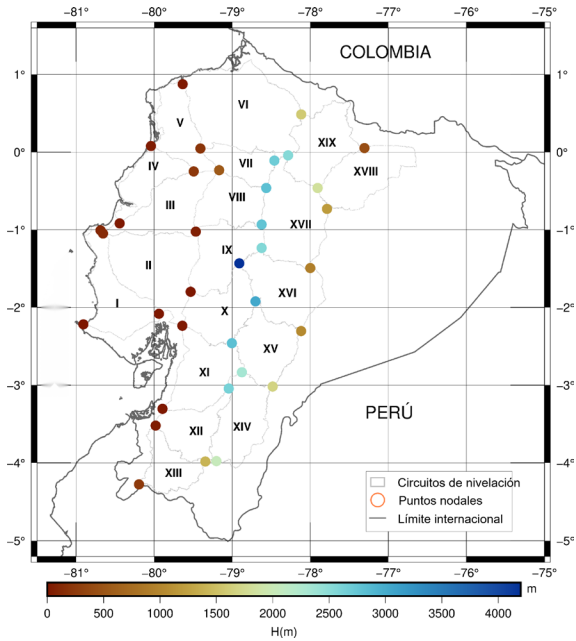


Ilustración 12: Alturas niveladas ajustadas para los puntos nodales

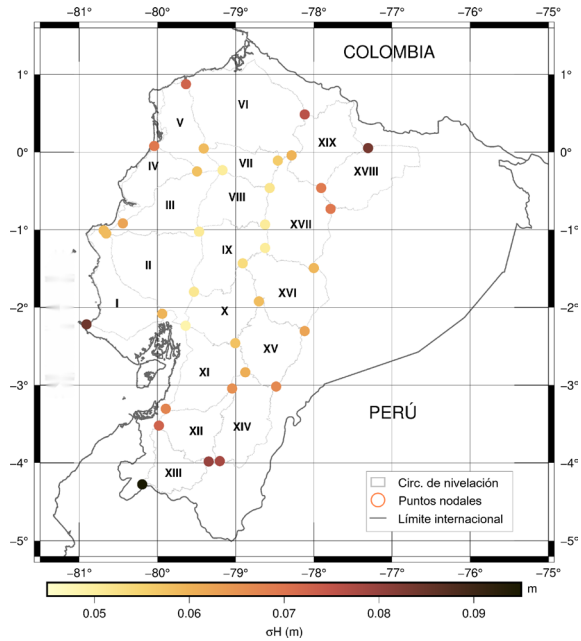


Ilustración 13: Precisiones para las alturas niveladas ajustadas de los puntos nodales

Número de puntos nodales	35
Max. (m)	0.0956
Min. (m)	0.0484
Media (m)	0.0637

Tabla 6: Precisiones de las alturas niveladas ajustadas para los puntos nodales

En la Ilustración 14, se observan las alturas niveladas tras realizar el ajuste de la red (puntos nodales) y el ajuste de las líneas. Al igual que en la precisión asociada al ajuste de los puntos nodales, la Ilustración 15 muestra que las mayores desviaciones estándar (aproximadamente 7 cm) se localizan en algunas zonas periféricas de la red. Según las estadísticas presentadas en la Tabla 7, las precisiones del ajuste oscilan entre 0 y 7 cm, con valores medios cercanos a 2 cm.

Number of benchmarks	4191
Max. (m)	0.0719
Min. (m)	0.0000
Media (m)	0.0209

Tabla 7: Precisiones de las alturas niveladas ajustadas para las referencias de nivel

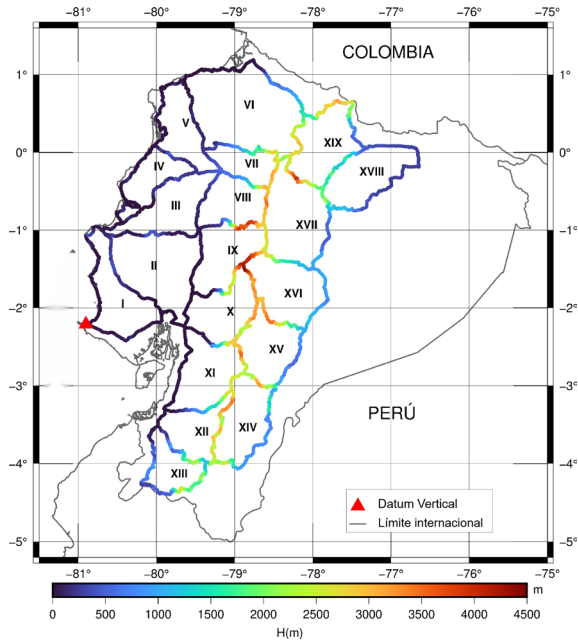


Ilustración 14: Alturas niveladas ajustadas

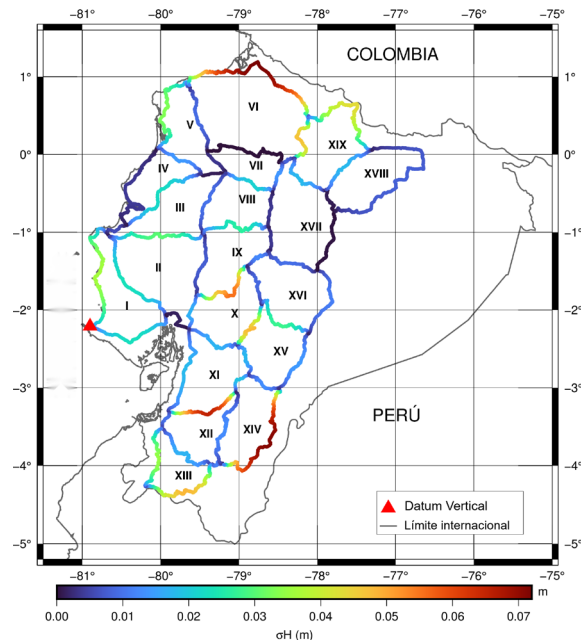


Ilustración 15: Precisiones para las alturas niveladas ajustadas

La compensación de errores dentro de la Red de Control Vertical respecto a las alturas niveladas minimiza los errores de cierre, que se calculan como las discrepancias totales en cada circuito de nivelación, como se observa en la Ilustración 16.

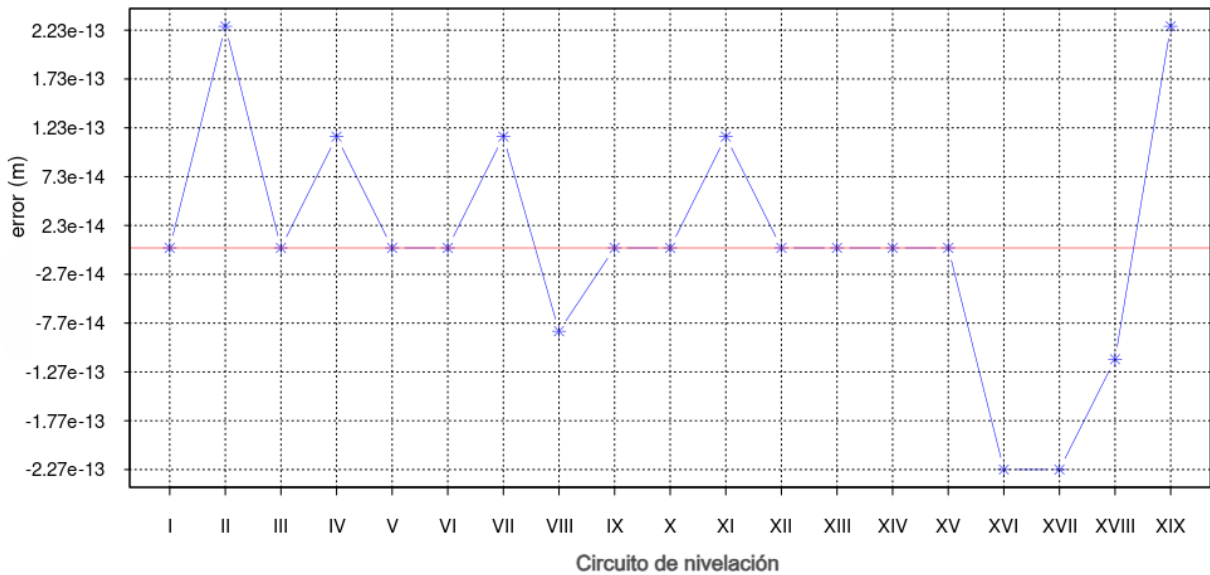


Ilustración 16: Errores de cierre para las alturas niveladas ajustadas (m)

9. Números geopotenciales

Considerando las diferencias de altura no ajustadas (dH) entre los puntos de nivelación de la Red de Control Vertical y los valores de gravedad correspondientes a cada referencia, ya sean observados o interpolados, resulta factible calcular las diferencias de geopotencial (dC), de acuerdo al esquema para cada línea de nivelación, tal como se ejemplifica en la Ilustración 17.

El cálculo de las diferencias de geopotencial se realiza de acuerdo con la siguiente expresión:

$$dC_{AB} = \frac{g_A + g_1}{2} dH_{A1} + \frac{g_1 + g_2}{2} dH_{12} + \frac{g_2 + g_n}{2} dH_{2n} + \frac{g_n + g_B}{2} dH_{nB} \quad (35)$$

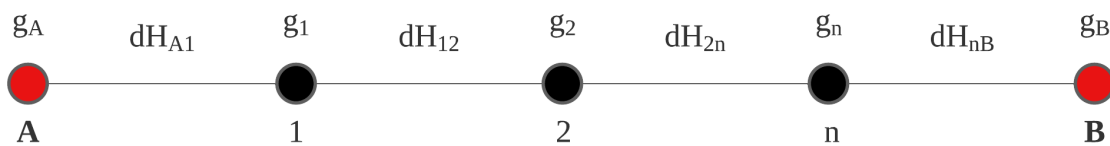


Ilustración 17: Esquema de una línea de nivelación

El error atribuible a las diferencias de geopotencial (dC), derivado de la línea de nivelación, se origina en las inexactitudes inherentes a las observaciones geodésicas (incluyendo la nivelación y la gravimetría) y se calcula según la siguiente expresión:

$$\sigma^2 dC_{AB} = J \cdot \Sigma \cdot J' \quad (36)$$

Sea J (19) el Jacobiano de dC , J' su transpuesta, y Σ la matriz de covarianza de las observaciones.

$$J = \left[\frac{\partial dC_{AB}}{\partial g_A}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial g_1}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial g_2}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial g_n}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial g_B}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial dH_{A1}}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial dH_{12}}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial dH_{2n}}, \frac{\partial dC_{AB}}{\partial dH_{nB}} \right] \quad (37)$$

Las diferencias de geopotencial entre nodos para cada línea de nivel se calculan utilizando la Ecuación (35), junto con sus respectivas desviaciones estándar (σ , precisiones) derivadas de la Ecuación (36). El programa NUMGEOPOT calcula los números geopotenciales y las precisiones estimadas basándose en métodos de propagación de errores (Sánchez and Drewes, 2022a).

10. Ajuste de la Red de Control Vertical en función de números geopotenciales

La realización de levantamientos geodésicos que incluyan observaciones gravimétricas y nivelaciones geométricas para la Red de Control Vertical, posibilitan la determinación de diferencias de altura y cálculo de números geopotenciales. Este proceso permite posteriormente corregir los errores inherentes a las observaciones geodésicas mediante la aplicación del método de mínimos cuadrados. La realización del proceso de ajuste o compensación de la Red de Control Vertical implica ejecutar las actividades que se muestran en la Ilustración 18.

10.1. Ajuste de nodos (red)

Como fase inicial del ajuste de la Red de Control Vertical, los números geopotenciales se compensan para cada uno de los puntos nodales utilizando el método paramétrico, basado en las ecuaciones (25) a (34). Este ajuste se fundamenta en las diferencias de geopotencial calculadas para cada línea de nivelación, específicamente las diferencias entre los puntos nodales. El ajuste de la red respecto a los números geopotenciales en los puntos nodales se realiza empleando el programa COMPNGP (Sánchez y Drewes, 2022b).

Las alturas normales (38) se calculan utilizando los números geopotenciales ajustados (C) y el valor medio de la gravedad teórica (γ_m), determinado a lo largo de la línea normal que conecta el geoide y el elipsoide (Heiskanen y Moritz, 1967; Torge y Müller, 2012).

$$H^N = \frac{C}{\gamma_m} = ; \gamma_m = \frac{1}{HN} \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad (38)$$

De acuerdo con la ecuación (38) y considerando los parámetros del elipsoide GRS80 (Moritz, 1980b), las alturas normales de Hirnoven se calculan de la siguiente manera:

$$H^N = \frac{C}{\gamma_0} + \left[\frac{C}{\gamma_0} \right]^2 * (1.578576 \cdot 10^{-7} - 1.029316 \cdot 10^{-9} * \sin 2\varphi^N + 1.66432 \cdot 10^{-11} * \sin^4 \varphi^N) + \left[\frac{C}{\gamma_0} \right]^3 * (2.4761 \cdot 10^{-14} - 2.01 \cdot 10^{-16} * \sin^2 \varphi^N) [ms^{-2}] \quad (39)$$

Siendo la latitud normal, calculada como:

$$\varphi - \varphi^N \approx -0.00017' * \sin(2\varphi) H^N \quad (40)$$

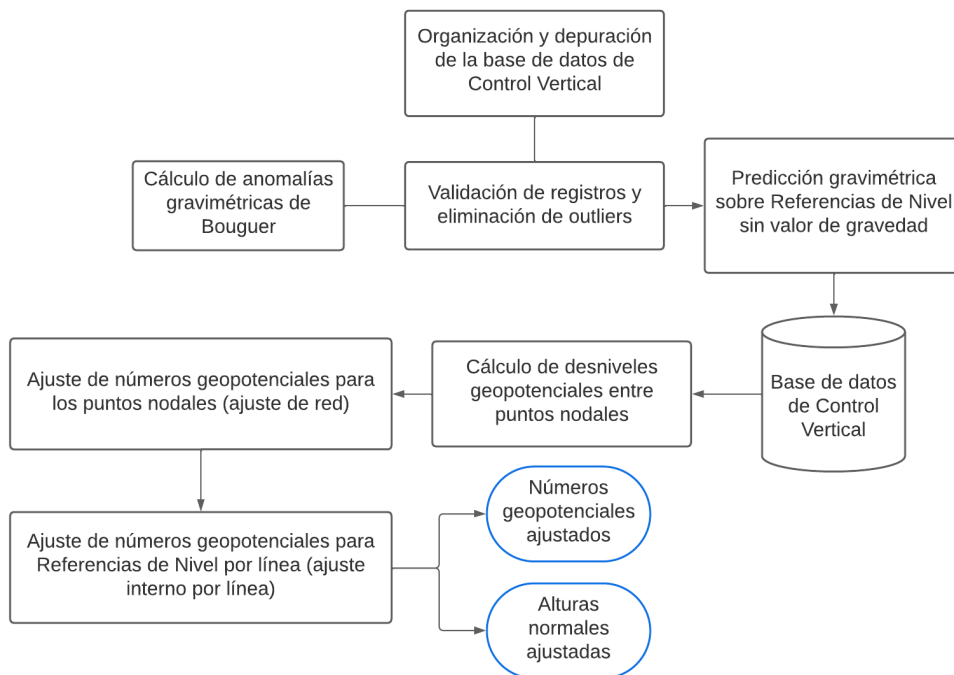


Ilustración 18: Proceso para el ajuste de la Red de Control Vertical

El esquema computacional seguido para el proceso presentado en la Ilustración 18, se detalla en la Ilustración 19.

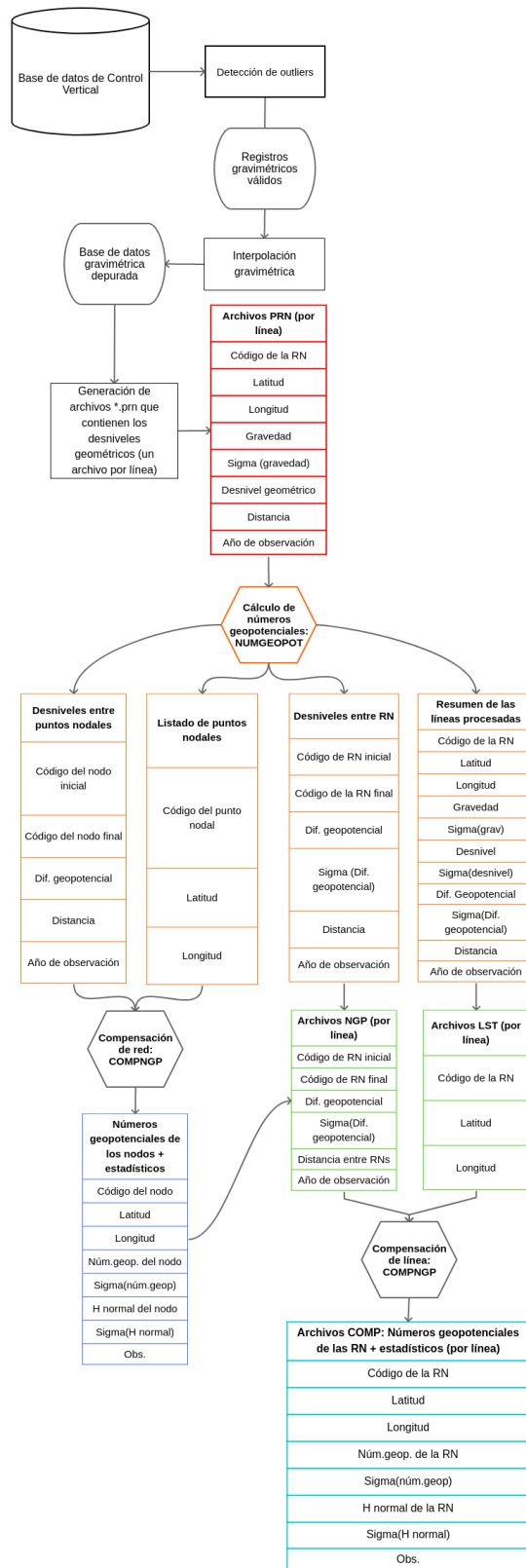


Ilustración 19: Esquema computacional para la compensación de la Red de Control Vertical

La Ilustración 20 presenta la distribución de las alturas normales corregidas para los puntos nodales. En la Ilustración 21 se observa la distribución de las precisiones correspondientes a las alturas normales ajustadas de los puntos nodales. Al igual que en el proceso de ajuste de red para alturas niveladas, las menores desviaciones estándar para los valores ajustados (aproximadamente 4 cm) corresponden a los puntos nodales situados en la parte interior de la red (ver Ilustración 21).

Según las estadísticas presentadas en la Tabla 8, las precisiones de los números geopotenciales ajustados para los 35 puntos nodales varían entre 0,35 y 0,70 m²/s², con valores promedio de aproximadamente 0,47 m²/s². Por otro lado, las precisiones de las alturas normales ajustadas oscilan entre 4 y 7 cm, con valores medios cercanos a 5 cm.

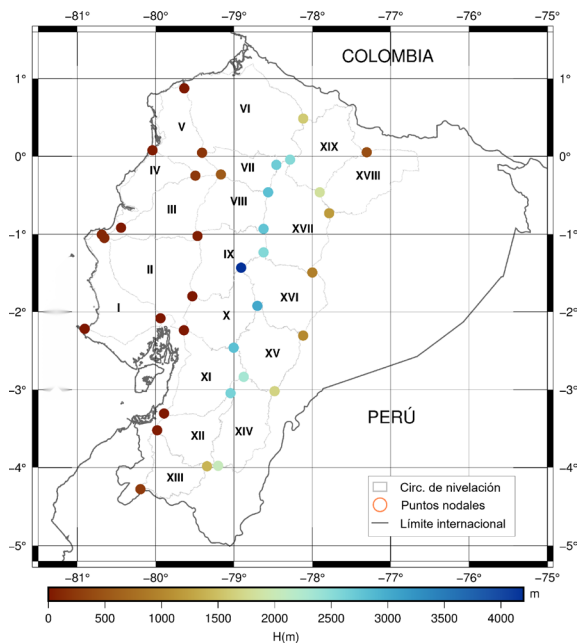


Ilustración 12: Alturas niveladas ajustadas para los puntos nodales

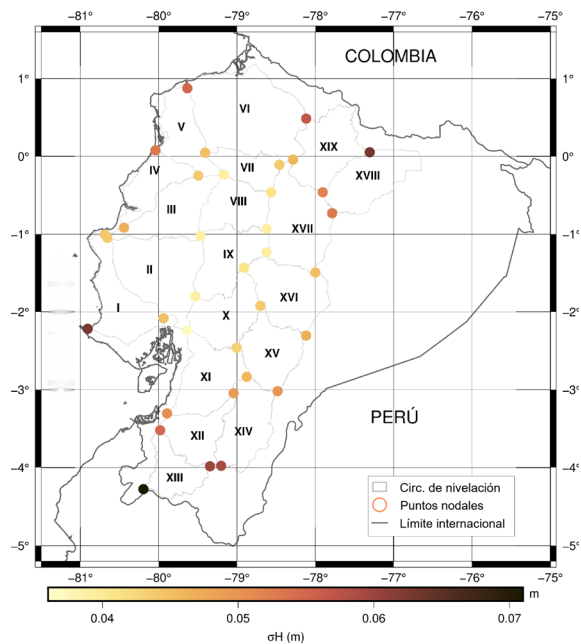


Ilustración 13: Precisiones para las alturas niveladas ajustadas de los puntos nodales

	σ_C (m ² /s ²)	σ_{H_N} (m)
Max.	0.7030	0.0719
Min.	0.3580	0.0366
Media	0.4728	0.0483
Número de nodos	35	

Tabla 8: Precisiones de los números geopotenciales y alturas normales para los puntos nodales

10.2. Ajuste de líneas

La segunda fase del ajuste de la Red de Control Vertical consiste en compensar los vértices internos de cada línea según los números geopotenciales ajustados para cada punto nodal. En consecuencia, este ajuste proporciona los números geopotenciales, las alturas normales y sus respectivas precisiones para las referencias de nivel internas de cada línea. Este procedimiento

se realiza utilizando el software COMPNGP (Sánchez y Drewes, 2022b), empleando el módulo de ajuste de líneas. La compensación de líneas se realiza mediante el método paramétrico para ajustar los números geopotenciales de los vértices internos de cada línea, mientras que los números geopotenciales de los nodos, ajustados previamente durante la fase de ajuste de la red (ver Tabla 8), se mantienen fijos. La Ilustración 22 contiene la distribución de precisiones para las alturas normales ajustadas correspondientes a las referencias de nivel dentro de las líneas de la Red de Control Vertical. La Tabla 9 presenta las precisiones de los números geopotenciales ajustados para los vértices internos de las líneas de nivelación, las cuales oscilan entre 0.28 y 0.70 m²/s², con valores promedio cercanos a 0.42 m²/s². En consecuencia, las precisiones de las alturas normales ajustadas varían entre 3 y 7 cm, con valores promedio aproximados a 4 cm.

	σC (m ² /s ²)	σH_N (m)
Max.	0.7030	0.0719
Min.	0.2850	0.0291
Media	0.4233	0.0433
Número de referencias de nivel	4191	

Tabla 9: Precisiones de los números geopotenciales y alturas normales para las referencias de nivel

Tras la corrección de la red y las líneas de nivel, y una vez disponibles los números geopotenciales para todos los puntos de referencia que componen la Red de Control Vertical, se realiza el cálculo de las alturas normales ajustadas de acuerdo con la ecuación (39). La Ilustración 23 presenta la distribución de las alturas normales ajustadas para todas las referencias de nivel.

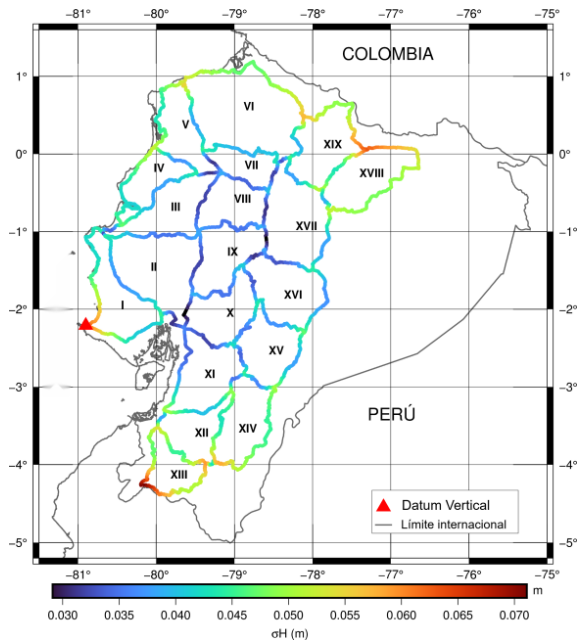


Ilustración 22: Precisiones para las alturas normales ajustadas de las referencias de nivel

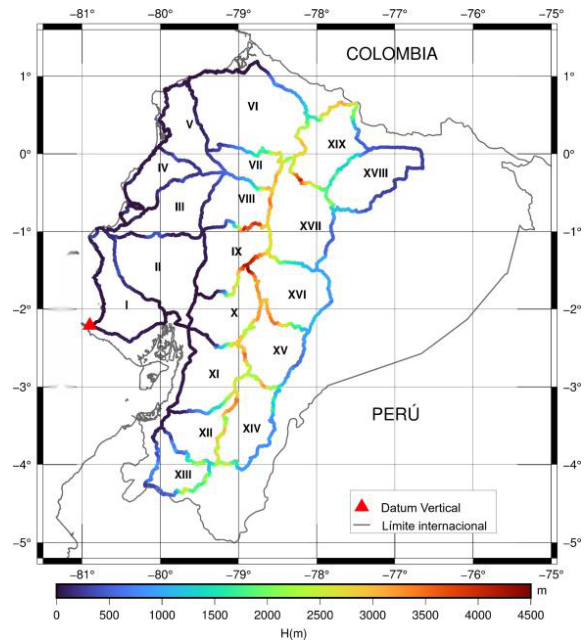


Ilustración 23: Alturas normales ajustadas de las referencias de nivel

Tras la compensación de la Red de Control Vertical y el cálculo de las alturas normales basadas en los números geopotenciales ajustados, los errores de cierre, calculados como la suma de las diferencias de alturas normales en cada circuito de nivelación, se minimizan, como se muestra en la Ilustración 24.

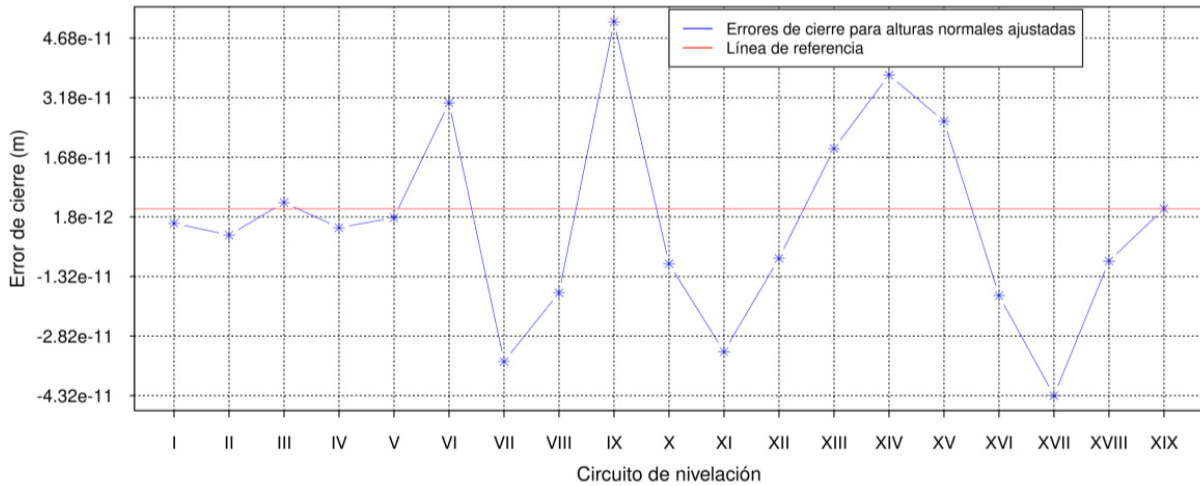


Ilustración 24: Errores de cierre para las alturas normales ajustadas (m)

10.3. Alturas ortométricas

Las alturas ortométricas (41) son determinadas sobre la vertical al punto de observación y considerando como superficie de referencia el geode. Estas alturas se derivan de los números geopotenciales ajustados (C) y del valor medio de la gravedad real (g_m), determinado a lo largo de la vertical entre el geode y el punto de observación (Heiskanen y Moritz, 1967; Torge y Müller, 2012).

$$H^0 = \frac{C}{g_m} ; g_m = 1 \int_0^{H^0} g dH^0 \quad (41)$$

El valor de g_m en la Ecuación (23) se estima en base a la hipótesis relacionada con la distribución de masa interna para el cálculo del gradiente de gravedad vertical ($\partial g / \partial H$). Según la reducción de Poincaré y Prey, g_m se calcula como (Hofmann-Wellenhof y Moritz, 2006):

$$g_m = g + 0.0424 H \quad (42)$$

Donde g representa la gravedad en el punto de cálculo en Gal y H indica la altura ortométrica en kilómetros. Por lo tanto, incorporar g_m en (41) facilita el cálculo de las alturas ortométricas de Helmert (H^0) (Hofmann-Wellenhof y Moritz, 2006).

$$H^0 = \frac{C}{g_m + 0.0424 H^0} \quad (43)$$

Siendo C el número geopotencial en g.p.u., y g el valor de la gravedad correspondiente en Gal. En la Ilustración 25 se observa la distribución de las alturas ortométricas ajustadas para todos los puntos nivelados. En función de las alturas ortométricas derivadas de los números geopotenciales ajustados, los errores de cierre, calculados como la suma de las diferencias de altura ortométrica a lo largo de los circuitos de nivelación, se minimizan, como se muestra en la Ilustración 26.

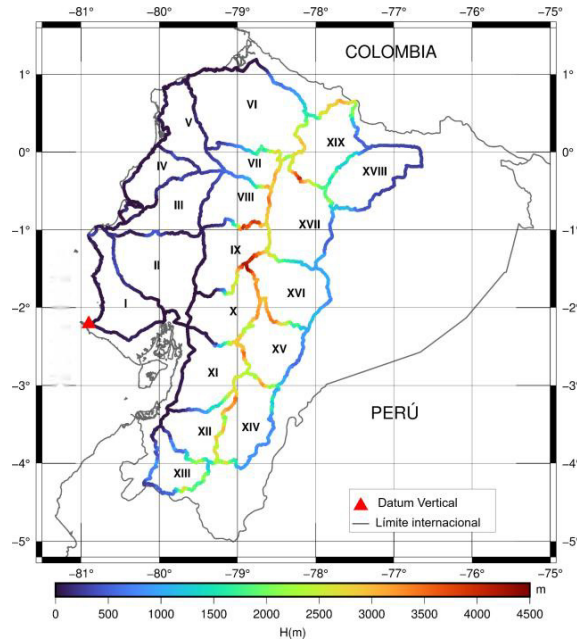


Ilustración 25: Alturas ortométricas ajustadas para las referencias de nivel

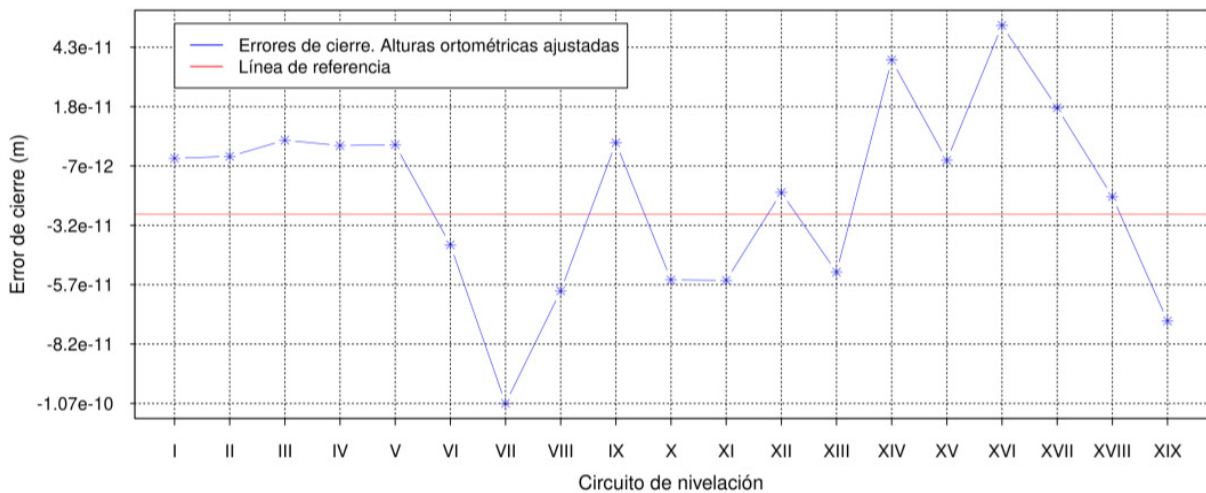


Ilustración 26: Errores de cierre para las alturas ortométricas ajustadas (m)

11. Análisis de resultados

El proceso de compensación de la red se llevó a cabo utilizando diferencias de alturas niveladas para obtener alturas niveladas ajustadas, y diferencias de geopotencial para determinar alturas ortométricas y normales ajustadas. Se tuvo en cuenta la arquitectura existente de la RCVE para este análisis. Un total de 4215 puntos de nivelación están distribuidos en 53 líneas de nivelación, que posteriormente conforman 19 circuitos (ver Tabla 2).

Las alturas de la RCVE están referidas al datum vertical local La Libertad. Actualmente, el Instituto Geográfico Militar está realizando campañas de densificación gravimétrica en la región adyacente a la estación IHRF, que a futuro será considerada el nuevo datum vertical vinculado

al Marco de Referencia de Alturas Internacional (IHRF). Tras el establecimiento del nuevo datum, las alturas niveladas y las diferencias de geopotencial de la RCVE deberán recalcularse para garantizar que las alturas derivadas de ellas estén referidas al datum vertical global IHRF (W_0).

De acuerdo con los estándares establecidos por SIRGAS a través de la Asociación Internacional de Geodesia en relación con la implementación de un Sistema de Referencia Vertical Global, las alturas derivadas para el RCVE deben basarse en el cálculo de números geopotenciales y estar vinculadas a un Datum Vertical Global. Este datum se materializa mediante una superficie equipotencial del campo de gravedad de la Tierra con un valor de potencial $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ (Ihde et al., 2017).

Por lo tanto, el Sistema de Referencia Vertical de Ecuador (SVRE) debe adaptarse a los principios establecidos por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) y difundidos en Sudamérica a través de SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas). En consecuencia, el establecimiento del datum vertical para el RCVE debería basarse en el cálculo del potencial (W_0^i) en una o varias estaciones fundamentales (es decir, estaciones IHRF—Marco de Referencia de Altura Internacional). Como resultado, el Nivel Medio del Mar (NMM) en la estación de mareógrafo en La Libertad ya no servirá como referencia fundamental para la determinación de alturas en territorio ecuatoriano.

Varias naciones han iniciado esfuerzos destinados a establecer estaciones de referencia asociadas con el Datum Vertical Global (estaciones IHRF). Las actividades se centran principalmente en el cálculo de la discrepancia $\delta W = W_0 - W_0^i$. Dentro del marco de SIRGAS, los países miembros han llevado a cabo actividades para establecer un sistema de referencia de alturas con características físicas correlacionadas con un Datum Vertical Global. Estas iniciativas se concentran actualmente en identificar las ubicaciones óptimas para las estaciones fundamentales y en la posterior determinación del geopotencial en dichas estaciones.

Ecuador, a través de iniciativas del Departamento de Geodesia del Instituto Geográfico Militar (IGM), busca adoptar un nuevo datum vertical correlacionado con el DVG establecido para el IHRF (W_0). Para ello, se han realizado campañas para llevar a cabo levantamientos gravimétricos con el fin de densificar la región del IHRF (Ilustración 27).

Es importante destacar que, además de los datos recopilados durante estas campañas, ya existía una base de datos gravimétrica establecida en el marco de otros proyectos. En consecuencia, para 2025 se han acumulado un total de 4569 registros de gravedad en la región del IHRF; sin embargo, aún son insuficientes para calcular el geopotencial en la estación fundamental RIOP (estación IHRF).

Los vacíos de datos gravimétricos se sitúan principalmente en la región montañosa y en la cuenca del Amazonas. Estas deficiencias corresponden a áreas de difícil acceso debido a una infraestructura vial insuficiente, zonas protegidas, vegetación densa y otros factores. Para mejorar la distribución espacial y la cantidad de datos gravimétricos necesarios para los cálculos relacionados con la adopción del nuevo datum vertical, es imprescindible continuar con la realización de campañas de densificación gravimétrica y, adicionalmente emplear métodos de aerogravimetría.



El ajuste de la Red de Control Vertical se ha realizado utilizando el método paramétrico, considerando de manera integral dos etapas: el ajuste de la red destinado a compensar las discrepancias de elevación entre los puntos nodales, y el ajuste de línea para tener en cuenta las elevaciones distribuidas internamente entre las referencias de nivel de cada línea de nivelación.

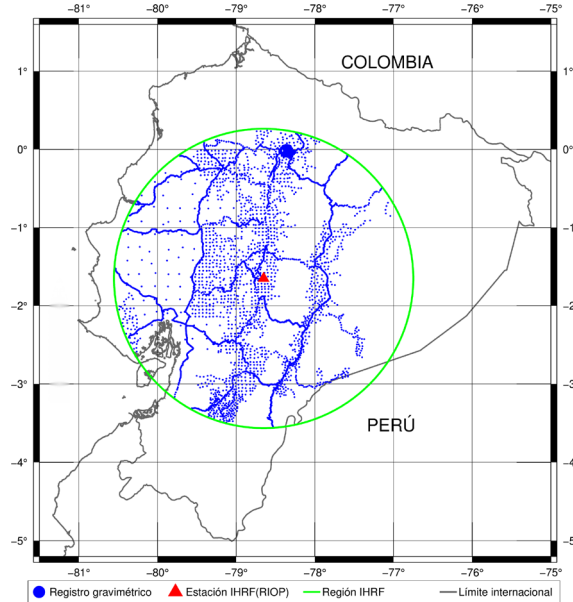


Ilustración 27: Registros gravimétricos en la región IHRF

El ajuste de la red, basado en las diferencias de alturas niveladas, permite la minimización de los errores de cierre en los circuitos de nivelación (véase la Ilustración 16 y la Tabla 10). Asigna los errores intrínsecos asociados a la nivelación según el principio de los mínimos cuadrados, aunque no considera la influencia del campo de gravedad de la Tierra en estas observaciones, como las correcciones ortométricas o normales.

El ajuste de la RCVE respecto a desniveles geopotenciales, implica el cálculo de números geopotenciales (C) y/o diferencias de potencial. Es fundamental obtener observaciones de gravedad vinculadas a todas las alturas niveladas determinadas mediante el método de nivelación geométrica. Tras identificar los registros con valores atípicos (202) (ver Tabla 3) y considerar las referencias de nivel sin valores de gravedad observados (744 entradas), se interpolaron un total de 946 registros gravimétricos.

La interpolación gravimétrica se realizó mediante el método de colocación por mínimos cuadrados y utilizando el programa PREDGRAV (Drewes, 1978, 1976). Una comparación entre los valores de gravedad interpolados y los derivados del MGG XGM2019e generó valores medios de -2.8986 mGal y una desviación estándar de 35.4767 mGal (ver Tabla 4). Además, los valores de gravedad se interpolaron con una precisión media de 16.07 mGal (consultar Tabla 5, Ilustración 11). Las observaciones gravimétricas relativas a los puntos de la RCVE están referidas a las estaciones absolutas establecidas en el país en 2017 (Ilustración 4).

La compensación de errores para la Red de Control Vertical en función de alturas niveladas, alturas normales y alturas ortométricas, conduce a una reducción en los errores de cierre, como se demuestra en la Tabla 10.

Circuitos de nivelación	Errores de cierre (m)			
	H _{niv} sin ajustar	H _{niv} ajustadas	H ^N ajustadas	H ⁰ ajustadas
I	0.17	0.00	2,04e-13	-3,78e-12
II	-0.03	2.27E-13	-2,78e-12	-2,97e-12
III	-0.13	0.00	5,4e-12	3,87e-12
IV	0.06	1.14 E-13	-9,09e-13	1,56e-12
V	-0.07	0.00	1,59e-12	1,93e-12
VI	0.27	0.00	3,05e-11	-4,02e-11
VII	-0.07	1.14 E-13	-3,46e-11	-1,07e-10
VIII	-0.00	-8.53 E-14	-1,73e-11	-5,96e-11
IX	0.21	0.00	5,09e-11	2,73e-12
X	0.30	0.00	-1e-11	-5,5e-11
XI	-0.19	1.14 E-13	-3,21e-11	-5,52e-11
XII	-0.23	0.00	-8,64e-12	-1,82e-11
XIII	0.13	0.00	1,9e-11	-5,17e-11
XIV	0.17	0.00	3,75e-11	3,76e-11
XV	0.19	0.00	2,59e-11	-4,66e-12
XVI	-0.09	-2.27E-13	-1,8e-11	5,22e-11
XVII	0.02	-2.27E-13	-4,32e-11	1,75e-11
XVIII	-0.01	-1.14E-13	-9,32e-12	-1,99e-11
XIX	0.25	2.27E-13	3,87e-12	-7,23e-11

Tabla 10: Errores de cierre para la Red de Control Vertical

Respecto al ajuste de red e interno (líneas de nivelación) basado en las diferencias de alturas niveladas, las alturas niveladas ajustadas se obtuvieron con precisiones medias de 6.37 y 2.09 cm, respectivamente (ver Tabla 6 y Tabla 7). De esta forma, los errores de cierre de los 19 circuitos de nivelación están en el orden de 1e-13/1e-14 m (consultar la Ilustración 16, Tabla 10).

Por otro lado, el ajuste de red y líneas (ajuste interno) basado en números geopotenciales se realiza de acuerdo con el esquema mostrado en la Ilustración 18. Para la compensación de la red (nodos), la precisión media de los números de potencial geopotencial es de 0,4728 m²/s², y para las alturas normales, de 4,83 cm (ver Tabla 8). De manera similar, para el ajuste interno, la precisión media de los números de potencial geopotencial es de 0,4233 m²/s², y para las alturas normales, de 4,33 cm (ver Tabla 9). Tras el ajuste del número de potencial geopotencial, los errores de cierre de los 19 circuitos de nivelación están en el orden de 1e-11/1e-12 metros (ver la Ilustración 24 y la Tabla 10).

Las alturas normales se determinan en función de los números geopotenciales ajustados y la gravedad teórica, según lo especificado en la ecuación (21). Las desviaciones estándar mínimas de los valores ajustados, tanto en el ajuste de red como en el ajuste interno, corresponden a los nodos situados dentro de la red (ver Ilustración 21 y Ilustración 22).

Mientras tanto, las alturas ortométricas (Ilustración 25) se calculan mediante la ecuación (43), que se basa en los números geopotenciales ajustados y la gravedad real (observada). Al igual que en el caso de las alturas niveladas y las alturas normales, los errores de cierre de los circuitos de nivelación, calculados a partir de las alturas ortométricas ajustadas, se minimizaron a valores del orden de $1e-10/1e-12$ metros (Ilustración 26, Tabla 10).

El impacto de las correcciones normales y ortométricas es evidente al comparar las alturas niveladas con las correspondientes alturas físicas calculadas en función de los números geopotenciales ajustados ($H_{niv} - H$). Para las alturas ortométricas, las diferencias respecto a las alturas niveladas alcanzan valores máximos de -1.34 m y valores medios de -0.26 m, mientras que para las alturas normales, las discrepancias máximas son de aproximadamente de -0.42 m, con valores medios cercanos a 0.05 m (Tabla 11).

	$H_{niv} - H^N$	$H_{niv} - H^0$
Min.	-0.4188	-1.3383
Max.	0.1122	0.1207
Media	-0.0450	-0.2624
Desv.	0.0633	0.3200

Tabla 11: Estadísticos para las diferencias entre alturas niveladas y físicas

La influencia de las correcciones gravimétricas, tanto ortométricas como normales, en las alturas niveladas (como lo indican las diferencias $H_{niv} - H$) demuestra un coeficiente de correlación con la altitud de -0.96 para las alturas ortométricas y de -0.71 para las alturas normales. El impacto de estas correcciones gravimétricas tiende a incrementarse con el aumento de la altitud, alcanzando valores máximos en regiones situadas dentro de la cordillera de los Andes. Esta correlación negativa con la altitud (véase la Ilustración 28) es notablemente más pronunciada en las alturas ortométricas y se atribuye al efecto de las masas topográficas sobre el campo gravitacional.

La influencia de las masas topográficas en la magnitud de las correcciones gravimétricas también resulta evidente, dependiendo de la longitud. La cordillera de los Andes atraviesa Ecuador de norte a sur, extendiéndose aproximadamente dentro del rango de longitudes [-79,7, -77,3] (ver Ilustración 3). Como se muestra en la Ilustración 29, las discrepancias entre las alturas niveladas y las alturas físicas tienden a aumentar dentro de este intervalo de longitudes, siendo este efecto particularmente pronunciado en las alturas ortométricas, en consonancia con las observaciones realizadas al correlacionar las diferencias con la altitud.



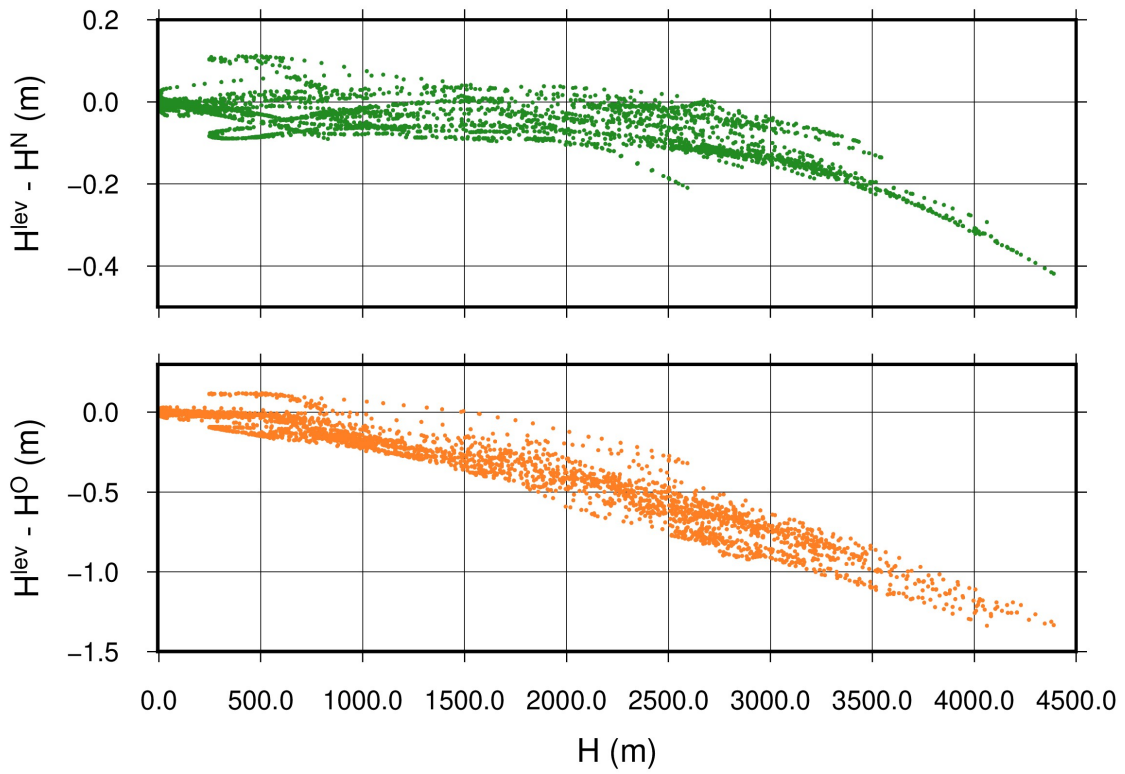


Ilustración 28: Diferencias entre alturas niveladas y físicas en función de la elevación

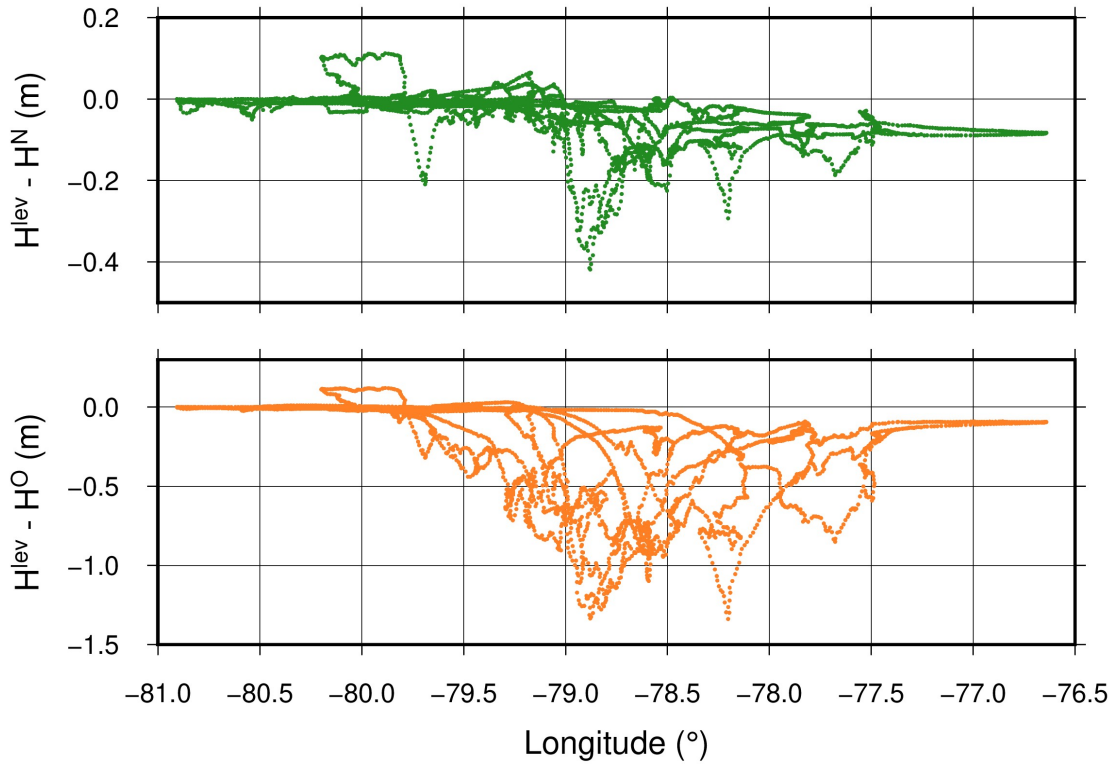


Ilustración 29: Diferencias entre alturas niveladas y físicas en función de la longitud

De las 4215 referencias que constituyen el RCVE, 3200 (75,92%) poseen coordenadas GNSS precisas asociadas. En consecuencia, a partir de las alturas normales (H^N), alturas ortométricas (H^o) y alturas elipsoidales (h) derivadas del posicionamiento GNSS, se pueden determinar las anomalías de altura (ζ) y las alturas del geode (N) mediante las siguientes expresiones:

$$\zeta = h - H^N \quad (44)$$

$$N = h - H^o \quad (45)$$

Las anomalías de altura en los puntos evaluados de la RCVE oscilan entre 11.05 y 29.14 metros, mientras que las alturas geoidales se sitúan en un rango de 11.04 a 28.89 metros (consultar la Tabla 12).

	$h - H^N (\zeta)$	$h - H^o (N)$
Min. (m)	11.0503	11.0442
Max. (m)	29.1439	28.8913
Media (m)	19.6143	19.4059
Desv. (m)	4.4030	4.2083

Tabla 12: Estadísticos para las diferencias entre alturas elipsoidales y alturas físicas

Como se observa en la Ilustración 30, y basándose en la evaluación de los 3200 registros GNSS/niv, no se observa una correlación significativa entre las anomalías de altura y los valores del geode respecto a la altitud, ya que se presenta un amplio espectro de anomalías de altura y valores del geode a lo largo de casi toda la gama de altitudes. Sin embargo, cabe destacar que los valores que superan los 20 m en estos dos parámetros se sitúan predominantemente entre las longitudes $[-79,7 -77,3]$, lo cual, como se ha indicado anteriormente, corresponde a la extensión de la cordillera de los Andes (Ilustración 31).

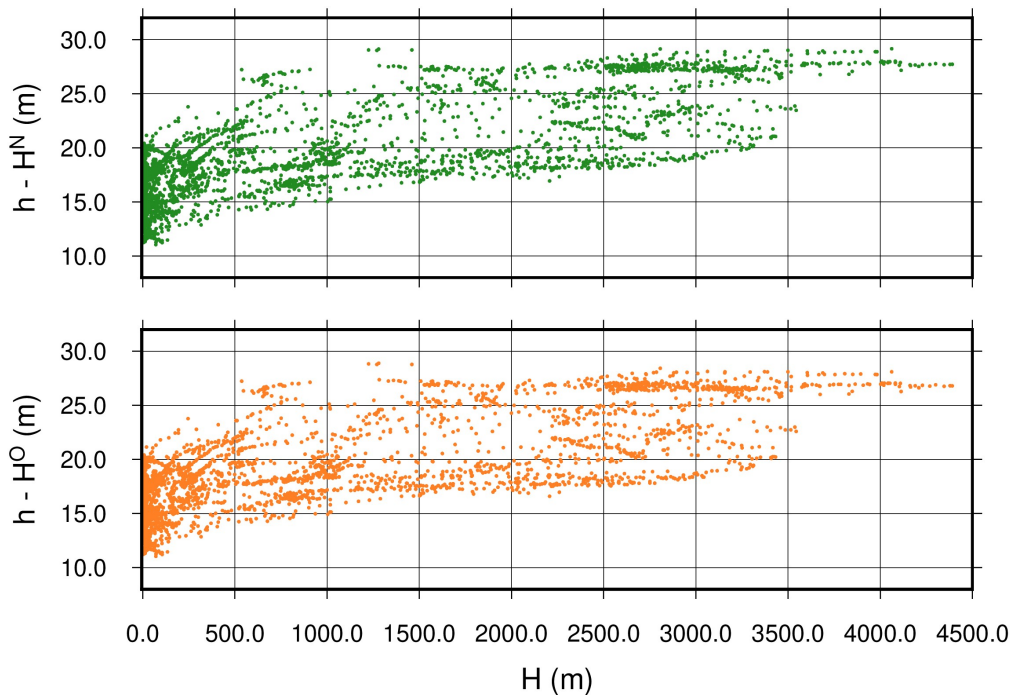


Ilustración 30: Diferencias entre alturas elipsoidales y físicas en función de la elevación

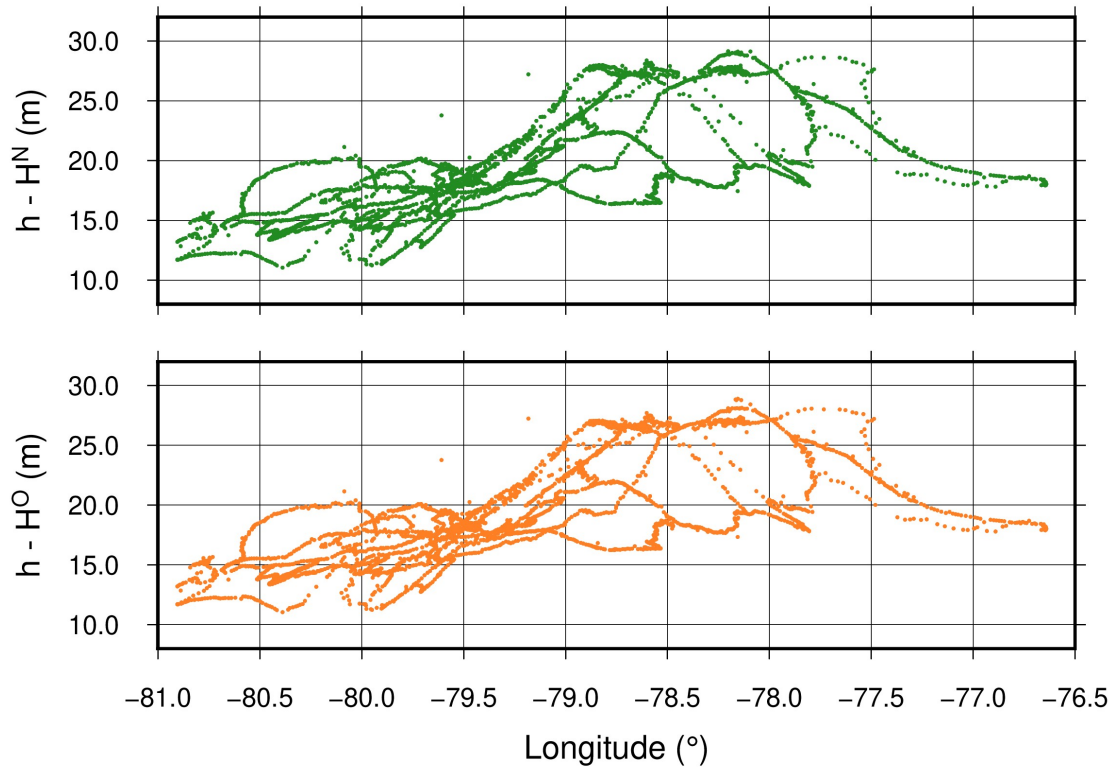


Ilustración 31: Diferencias entre alturas elipsoidales y físicas en función de la longitud

Las Ilustración 32 e Ilustración 33 presentan, respectivamente, las anomalías de altura y las alturas del geode para los 3200 registros GNSS/nivelación analizados. Los valores máximos (superiores a 20 m) tanto en anomalías de altura como en alturas del geode se localizan en la región de la cordillera y corresponden a aquellos registros dentro del rango de longitud [-79.7 a -77.3], como se identificó previamente en la Ilustración 30. Por el contrario, los registros con valores que superan los 25 m se observan dentro de este rango de longitudes, pero están concentrados principalmente en las zonas montañosas centrales y del norte.

Esta correlación espacial entre las anomalías de altura y las alturas del geode también es evidente para valores menores (menos de 15 m), que se sitúan principalmente en la región costera, específicamente a lo largo de las líneas de nivel que atraviesan el perfil costero (véanse la Ilustración 32 y la Ilustración 33).

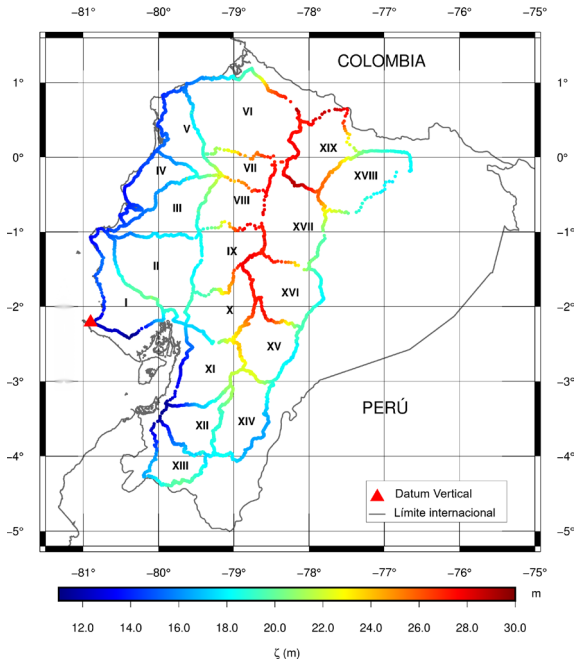


Ilustración 32: Anomalías de altura de la RCVE

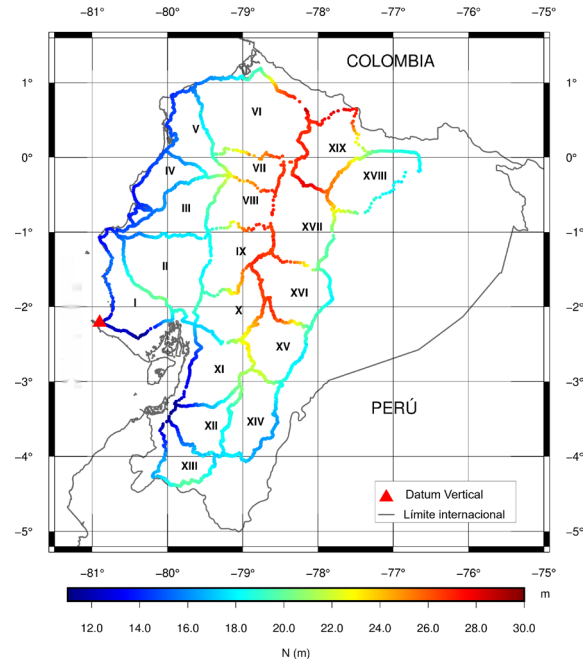


Ilustración 33: Alturas geoidales de la RCVE

Aunque, como se ha observado, no existe una correlación directa entre altitud, anomalías de altura y alturas del geode, surge una tendencia positiva al analizar su variación dentro de rangos de altitud que abarcan 500 metros, como se observa en la Ilustración 33 y en los datos correspondientes presentados en la Tabla 13. Además de esta tendencia creciente en el análisis de rangos de altitud, también se observa una escalada progresiva basada en categorías de altitud para las diferencias $\zeta - \bar{N}$, que representan la separación entre el cuasigeoide y el geode. Esta diferencia varía desde 0.00 m en el rango de altitud [0 -500] metros hasta 0.90 m en el rango [4000 -4500] m (consulte la Tabla 13 y la Ilustración 34).

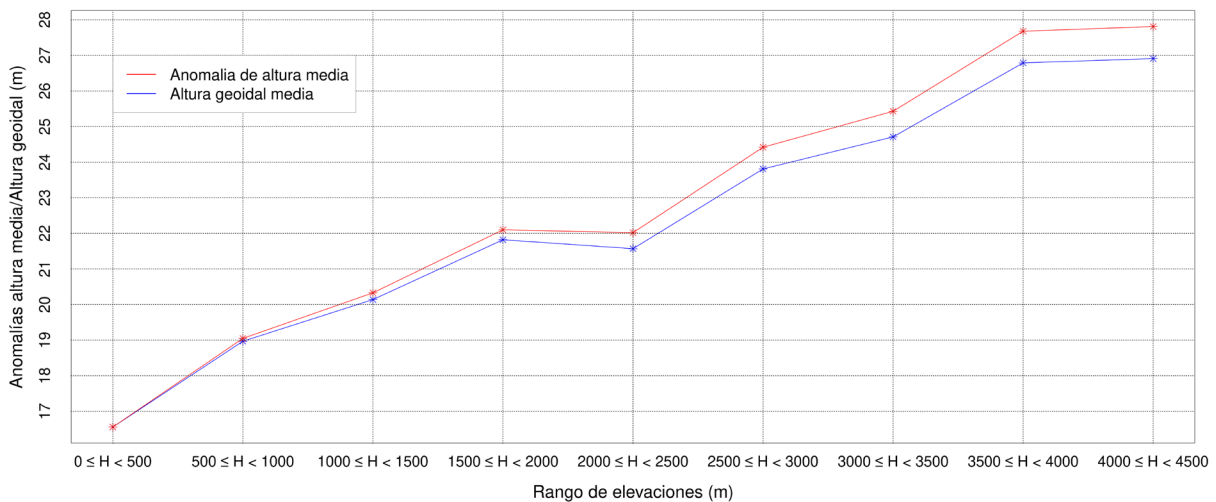


Ilustración 34: Anomalías de altura y geoidales medias en función de rangos de altitud

	ζ (m)	N (m)	$\zeta - N$ (m)
$0 \leq H < 500$	16.56	16.56	0.00
$500 \leq H < 1000$	19.05	18.97	0.08
$1000 \leq H < 1500$	20.33	20.14	0.19
$1500 \leq H < 2000$	22.1	21.82	0.28
$2000 \leq H < 2500$	22.02	21.57	0.45
$2500 \leq H < 3000$	24.42	23.81	0.61
$3000 \leq H < 3500$	25.43	24.71	0.72
$3500 \leq H < 4000$	27.68	26.79	0.89
$4000 \leq H < 4500$	27.81	26.91	0.90

Tabla 13: Anomalías de altura y alturas geoidales medias Vs. rangos de elevación

Invirtiendo las variables del análisis anterior y definiendo rangos con una amplitud de 5 m para las anomalías de altura y las alturas geoidales, se observa una tendencia creciente discernible en las alturas medias correspondientes, como se observa en la Ilustración 35 y se detalla en la Tabla 14. Este enfoque ofrece un método alternativo para establecer la relación entre las anomalías de altura, las alturas geoidales y las altitudes.

	\bar{H} para N	\bar{H} para ζ
$10 \leq N/\zeta < 15$	84.22	80.34
$15 \leq N/\zeta < 20$	710.39	310.42
$20 \leq N/\zeta < 25$	1712.76	1659.78
$25 \leq N/\zeta < 30$	2624.03	2462.47

Tabla 14: Elevaciones medias Vs. rangos de anomalías de altura y alturas geoidales

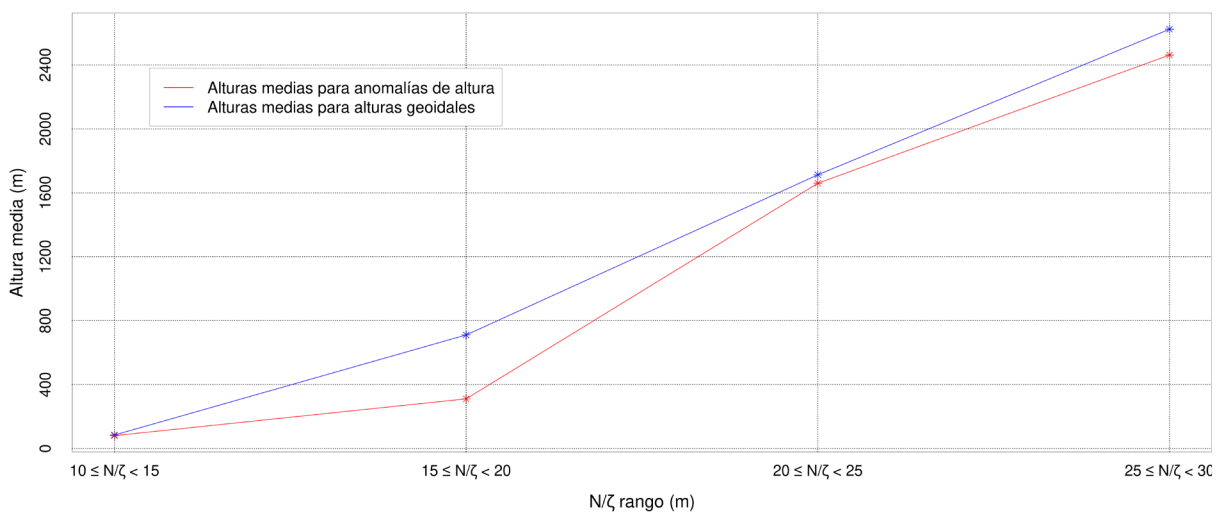


Ilustración 35: Altitudes medias Vs. rangos de anomalías de alturas/alturas geoidales

Las anomalías de altura y las alturas normales están relacionadas mediante la siguiente expresión (Heiskanen y Moritz, 1967):

$$H^o - H^N = \zeta - N = \frac{\gamma_m - g_m}{\gamma_m} H^o \quad (46)$$

Dado que tanto las alturas normales como las alturas ortométricas se han obtenido a partir de los números geopotenciales ajustados, las diferencias pueden obtenerse directamente. Para evaluar la separación entre las dos superficies de referencia, a saber, el cuasi-geoide y el geoide, se calcularon estas diferencias para los puntos de la RCVE, resultando en valores máximos de 1.05 m y un promedio de 0.22 m (véase la Tabla 15).

	H ^o - H ^N
Min.	-0.0454
Max.	1.0451
Media	0.2173
Desv.	0.2721

Tabla 15: Estadísticos para las diferencias entre alturas ortométricas y normales

Como se identificó previamente en el análisis de los valores medios de anomalías de altura y alturas del geoide en diferentes rangos de altitud (consulte la Tabla 13 y la Ilustración 34), la Ilustración 36 muestra además un coeficiente de correlación de 0.9674 entre las diferencias H^o - H^N (N - ζ) y la altitud.

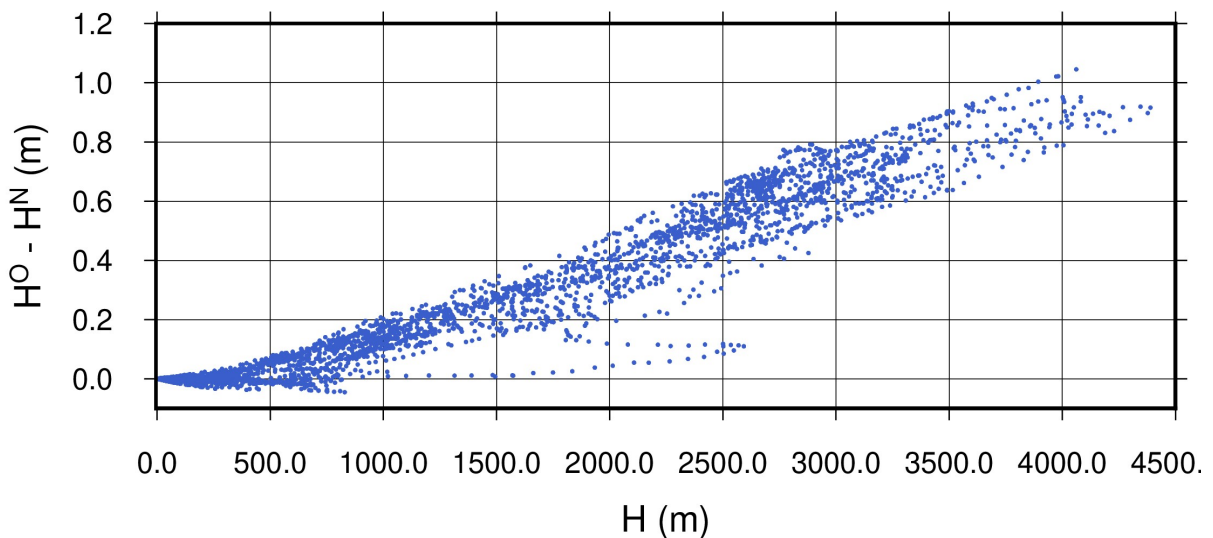


Tabla 15: Estadísticos para las diferencias entre alturas ortométricas y normales

En la Ilustración 37 se observa que la separación entre el geoide y el cuasi-geoide (H^o - H^N) varía en función de la longitud, una variación influenciada por la presencia de la cordillera de los Andes. Esta influencia también ha sido documentada en las relaciones H_{lev} - H_O, H_{lev} - H_N, h - H_O y h - H_N, como se muestra en la Ilustración 29 y la Ilustración 31.

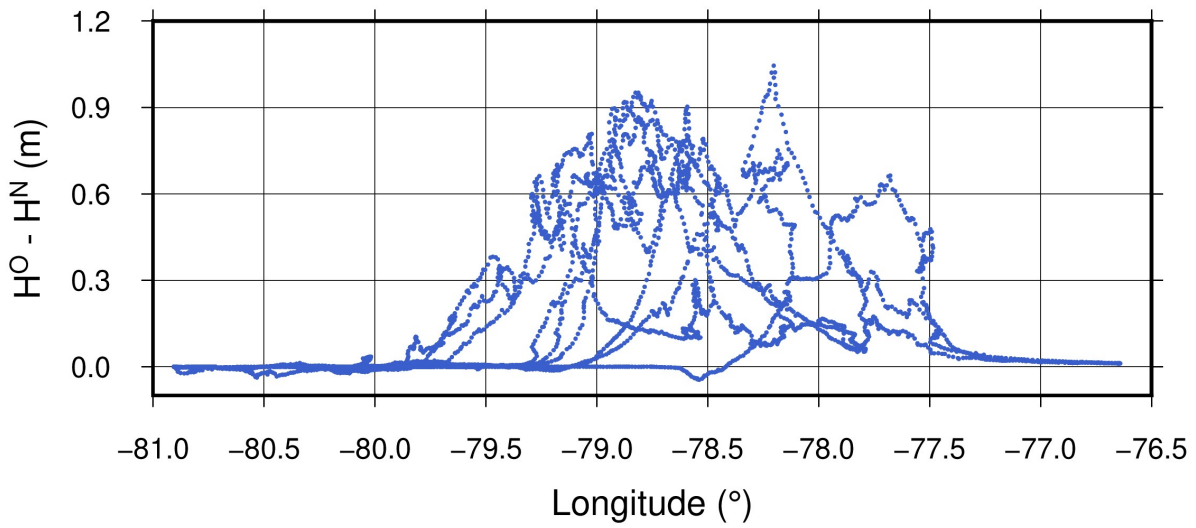


Ilustración 37: $H^O - H^N$ Vs. longitud

En consecuencia, la influencia de las masas topográficas sobre el campo de gravedad, atribuible a la presencia de la cordillera de los Andes, se manifiesta con valores cercanos a 1 m en las diferencias $N - \zeta$, como se observa en la Ilustración 38.

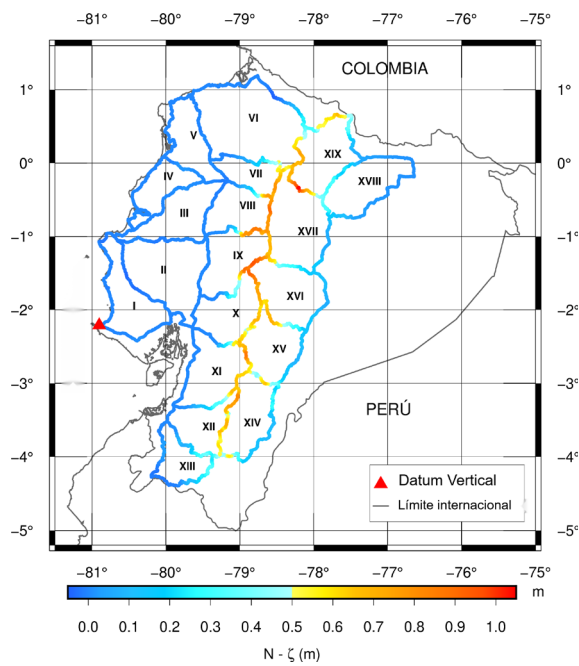


Ilustración 38: Diferencias entre alturas geoidales y anomalías de altura

12. Conclusiones

El ajuste de la RCVE se realiza mediante el método paramétrico y permite distribuir los errores aleatorios a lo largo de la red con el objetivo de garantizar la coherencia entre las alturas niveladas, normales y ortométricas, reduciendo así los errores de cierre en los circuitos de nivelación.

La interpolación gravimétrica se ejecuta para 946 puntos de referencia, con una precisión media de 16.07 mGal.

En cuanto a las alturas niveladas, las alturas de los nodos (ajuste de red) se ajustan con una precisión media de aproximadamente 6 cm, mientras que el ajuste de línea registra una precisión media de 2 cm. Para las alturas físicas, se documenta una precisión de ajuste media de unos 4 cm, aplicable tanto al ajuste de red como al ajuste interno o de línea.

El cálculo de alturas ortométricas y normales, junto con el posicionamiento GNSS de los puntos de referencia, facilita la representación y el análisis del geoide y del cuasigeoide sobre el RCVE, destacando la influencia de las masas topográficas de la cordillera de los Andes en estas superficies.

Aunque no se identifica una correlación directa entre la altitud y las alturas del geoide ni anomalías de altura, se observa una correlación positiva entre estos rangos y los valores medios de N , ζ y sus diferencias $\zeta - N$ (separación entre cuasigeoide y geoide) al definir rangos de altitud.

Las discrepancias $H_{\text{niv}} - H_N$ y $H_{\text{niv}} - H_0$ reflejan el impacto de las correcciones gravimétricas en las alturas niveladas, integradas en las alturas normales y ortométricas, e incluyen la compensación de errores mediante el criterio de mínimos cuadrados. Las alturas ortométricas presentan desviaciones más pronunciadas respecto a las alturas niveladas, con diferencias máximas cercanas a 1.34 m. Por otro lado, las diferencias respecto de las alturas normales son considerablemente menores, con valores máximos cercanos a 0.42 m.

Actualmente, las alturas niveladas, normales y ortométricas se refieren al datum vertical local La Libertad; sin embargo, los objetivos futuros incluyen enlazar el RCVE con el datum vertical global W0 mediante el establecimiento de la estación RIOP como parte de la red IHRF. Para ello, el IGM-Ec realiza campañas de densificación gravimétrica en las inmediaciones de esta estación, con el fin de determinar el geopotencial local (W_p) cuando la cantidad y la distribución de datos gravimétricos sean suficientes.

El IGM-Ec lleva a cabo regularmente campañas de gravimetría y nivelación geométrica para mantener la integridad del RCVE, recuperar hitos destruidos y obtener registros gravimétricos para referencias de nivel que carecen de datos de gravedad.

Se espera que la recopilación continua de nuevos datos de campo (nivelación geométrica y gravimetría) facilite futuros ajustes periódicos del RCVE, actualizando así los valores de las alturas ajustadas.

13. Recomendaciones

- Dar continuidad a los trámites pertinentes para la oficialización y adopción de la componente vertical del Marco de Referencia Geodésico Nacional.
- Garantizar la realización periódica de levantamiento de información en campo (nivelación geométrica y gravimetría), con el fin de posibilitar el mantenimiento adecuado de la Red de Control Vertical y a su vez la realización de actualizaciones anuales.

*Ing. Jose L. Carrión S.
Control Vertical - Geodesia*



Referencias bibliográficas

Carranco, O.

2010. Ajuste Preliminar de la Red de Control Básico Vertical. Quito.

Coyago, R.

2010. Ajuste de la red de control básico vertical en función de números geopotenciales. Escuela Politécnica del Ejército.

Dalmolin, Q.

2010. Ajustamento por Mínimos Cuadrados, 3ra ed. Imprensa Universitária-UFPR, Curitiba.

Drewes, H.

1978. Experiences with least squares collocation as applied to interpolation of geodetic and geophysical quantities, in: XII Symposium on Mathematical Geophysics. Caracas.

Drewes, H.

1976. Berechnung regionaler Geoidundulationen durch gravimetrisches Nivellement mit Prädiktion der Schwereanomalien. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover. Hannover.

Flores, F., Pozo, M.

2016. Gravimetría en Ecuador. Quito.

Gemael, C., Muriel, Á., Wandresen, R.

2015. Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas, 2da ed. Editora UFPR, Curitiba.

Ghilani, C.D.

2010. Adjustment Computations: Spatial Data Analysis: Fifth Edition, Adjustment Computations: Spatial Data Analysis: Fifth Edition. <https://doi.org/10.1002/9780470586266>

Heiskanen, W.A., Moritz, H.

1967. Physical geodesy, Bulletin Géodésique (1946-1975). W. H. Freeman and Company, San Francisco.

Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H.

2006. Physical geodesy. Springer Science & Business Media.

Ihde, J., Sánchez, L., Barzaghi, R., Drewes, H., Foerste, C., Gruber, T., Liebsch, G., Marti, U., Pail, R., Sideris, M.

2017. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRs). Surv Geophys. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>

Moritz, H.

1980a. Advanced physical geodesy. Karlsruhe : Wichmann ; Tunbridge, Eng. : Abacus Press, 1980. 1, 506.

<https://doi.org/10.1029/EO063i021p00514-03>

Moritz, H.

1980b. Geodetic reference system 1980. Bulletin geodesique 54, 395–405.

Paredes, N.

1986. Determinación del datum vertical en La Libertad, Ecuador.

Sánchez, L., Drewes, H.

2022a. Taller Sistema de Referencia Vertical: NUMGEOPOT program.

Sánchez, L., Drewes, H.

2022b. Taller Sistema de Referencia Vertical: COMPNGP program.

Torge, W., Müller, J.

2012. Geodesy, De Gruyter Textbook. De Gruyter, Berlín.



Bienvenidos al Cantón
Latacunga



